

國立臺灣大學九十三年學年度轉學生入學考試試題

科目：微積分(C)

題號：27

共 1 頁之第 全 頁

請標明題號，依序作答。

填充題：每格 10 分。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)^3}{(x - 2)e^x + x + 2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\frac{d}{dx} \int_0^{\pi} \sin xy \, dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. P 為曲線 $y = x^2$ 上之一點， O 為原點，作線段 $\overline{OP}$ ，設 $Q(0, a)$ 為 $\overline{OP}$ 的垂直平分線相交於 y 軸的點，當 P 趨近於 O 時，問 a 趨近於 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 設連續函數 $f(x)$ 滿足 $6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}$ ，則 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^3}}$ ，則 $f^{(6)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. $\int_1^3 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. $\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

計算題：各 10 分（要有計算過程，才予以計分）。

8. 光源照在一物上的照明度與光源的強度成正比，而與光源的距離平方成反比。
今有兩光源 A 與 B 彼此相距 10 尺， A 之強度是 B 的三倍。
現在要在此二光源之間放一個物體 C ，問 C 要放在距 B 多遠處，
才會有最弱的照明度。

9. 求 $f(x, y) = x^2 y$ 在 $x^2 + y^2 \leq 1$ 之最大值與最小值。

試題必須隨卷繳回