

陸、附錄

以 Matlab 模擬「鰻魚來游週期傅利葉轉換頻譜」之特徵

為了分析「鰻魚來游週期傅利葉轉換頻譜」，我們利用 Matlab 軟體進行模擬，以期能夠解讀傅利葉轉換頻譜上各成分頻率的含意。

I. 來游週期頻譜位置分佈相同但強度不同所造成的影響

函式(1)與函式(2)皆由四個相同頻率之餘弦(cosine)函式組成，其差別只在個別餘弦(cosine)函式的係數不同，我們用 Matlab 對函式(1)與函式(2)做圖（附圖一），發現圖形在直觀上完全不相同。若我們將函式(1)與函式(2)經傅利葉轉換後再做圖（附圖二），發現兩者的頻譜分佈位置完全相同，唯一的差別只在強度不同。因此在觀察週期性訊號，傅利葉轉換可完整呈現訊號的頻譜特徵，而不會因訊號中各個波型相互疊加，而影響我們對週期性訊號的觀察。

$$\begin{aligned} \text{os}(i) &= \cos(1/50*i)*1.8 + \cos(1/10*i)*1.5 + \cos(1/5*i)*1.2 + \cos(i)*0.5 \\ \{ i | 0 \leq i \leq 1000 \} & \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{oq}(i) &= \cos(1/50*i)*0.3 + \cos(1/10*i)*0.5 + \cos(1/5*i)*0.8 + \cos(i)*1.2 \\ \{ i | 0 \leq i \leq 1000 \} & \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

II. 造成次要頻率產生之原因

函式(3)的取樣區間由 0~1000，我們將其取樣區間截短為 0~500，將 501~1000 的取樣值補零稱為函式(4)，用 Matlab 對函式(3)與函式(4)做圖（附圖三），其圖形在取樣區間 0~500 完全相同，而取樣區間 501~1000 函式(4)形成強度為零的水平線。我們將函式(3)與函式(4)經傅利葉轉換後再做圖（附圖四），可發現兩者的主要頻率分佈位置完全相同，差別在於函式(4)頻譜其主要頻率強度減為函式(3)頻譜主要頻率的一半，且兩側出現強度依次遞減的次要頻率，而函式(3)的頻譜中則無此現象。若我們收集的週期性訊號其取樣點有所遺失（即類似我們將函式(4)的取樣區間 501~1000 取樣值補零的動作），透過傅利葉轉換依然

可完整呈現訊號的頻譜主要特徵，只會使得主要頻率強度減弱（其減弱的幅度與減弱的主要頻率視取樣點遺失多寡與遺失的位置而定），與在主要頻率兩側呈現強度依次遞減的次要頻率，然而這樣的情況並不影響我們對週期性訊號的觀察。

$$\begin{aligned} oq(i) &= \cos(1/50*i)*0.3 + \cos(1/10*i)*0.5 + \cos(1/5*i)*0.8 + \cos(i)*1.2 \\ \{ i | 0 \leq i \leq 1000 \} & \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} od(i) &= \cos(1/50*i)*0.3 + \cos(1/10*i)*0.5 + \cos(1/5*i)*0.8 + \cos(i)*1.2 \\ \{ i | 0 \leq i \leq 500 \} & \\ od(i) &= 0 \\ \{ i | 501 \leq i \leq 1000 \} & \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

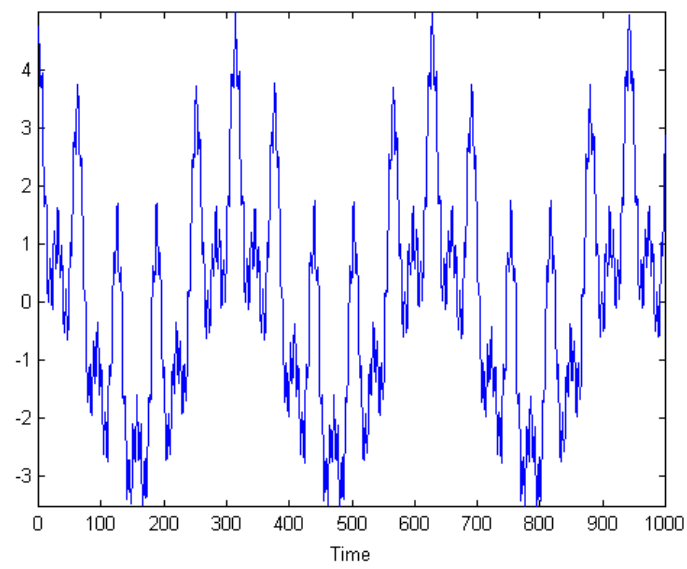
III. 造成均勻分佈低頻訊號的原因

將函式(5)加入一個隨機訊號（我們用隨機訊號來模擬自然雜訊的干擾）使其成為函式(6)，再用 Matlab 對函式(5)與函式(6)做圖（附圖五），發現圖形在直觀上產生極大的差異。若我們將函式(5)與函式(6)經傅利葉轉換後再做圖（附圖六），發現兩者的主要頻率分佈位置與強度完全相同，唯一的差別只在函式(6)的頻譜，在各處均勻分佈一些強度較小的頻率。若我們收集的訊號，受到其他因素的干擾例如人為誤差、環境因子變化等（即類似我們在函式(6)所加入的隨機訊號），使得我們無法從時域的訊號觀察其週期性，則我們可以透過傅利葉轉換將時域的訊號轉換成頻域的訊號，而訊號的頻譜特徵則可完整的呈現，不會因為其他因素造成的波動，影響我們對週期性訊號的觀察。

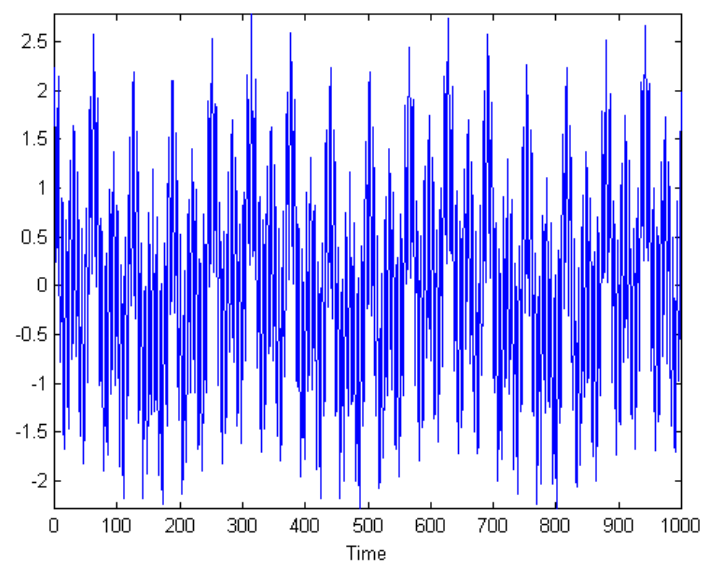
$$\begin{aligned} oq(i) &= \cos(1/50*i)*0.3 + \cos(1/10*i)*0.5 + \cos(1/5*i)*0.8 + \cos(i)*1.2 \\ \{ i | 0 \leq i \leq 1000 \} & \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} oe(i) &= \cos(1/50*i)*0.3 + \cos(1/10*i)*0.5 + \cos(1/5*i)*0.8 + \cos(i)*1.2 + \text{randn} \\ \{ i | 0 \leq i \leq 1000 \} & \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

(A)

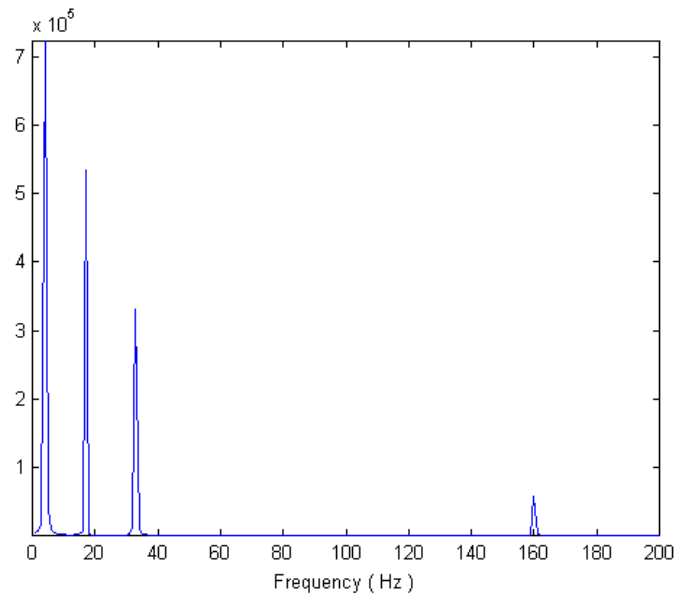


(B)

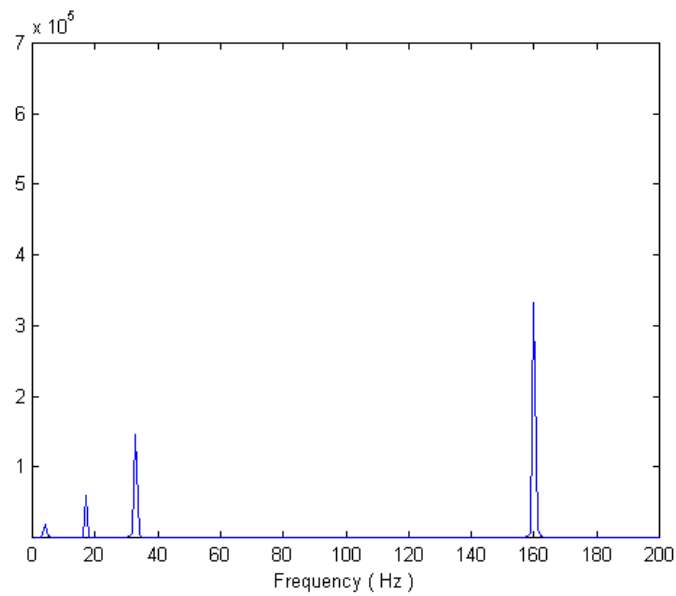


附圖一：函式(1)與函式(2)原始圖。用 Matlab 對函式(1)與函式(2)所畫出來之圖形
(A) 函式(1)的圖形 (B) 函式(2)的圖形

(A)

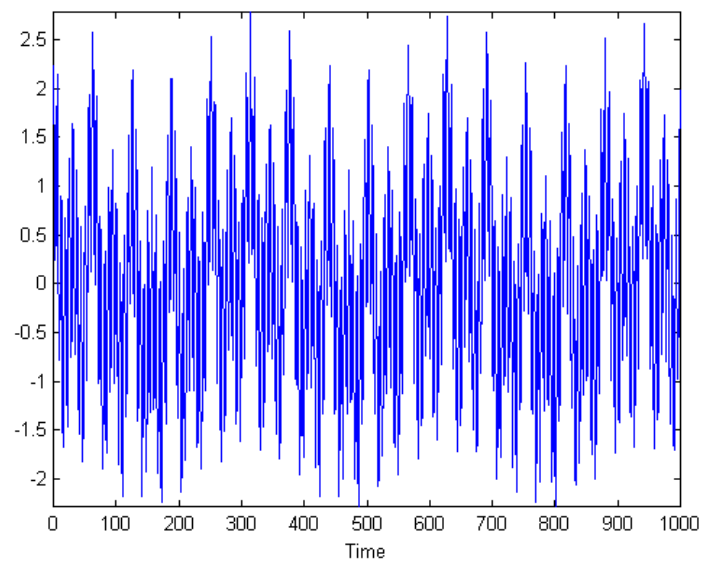


(B)

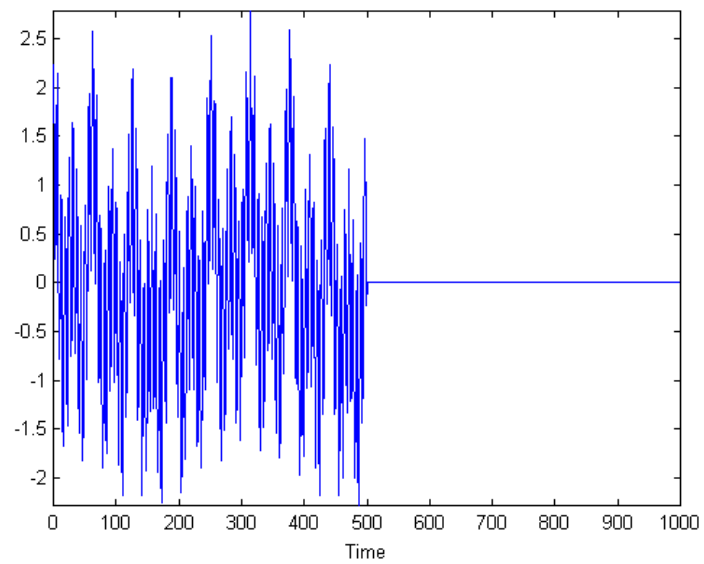


附圖二：函式(1)與函式(2)傅利葉轉換頻譜。用 Matlab 將函式(1)與函式(2)經傅利葉轉換所畫出來之頻譜 (A) 函式(1)的頻譜 (B) 函式(2)的頻譜

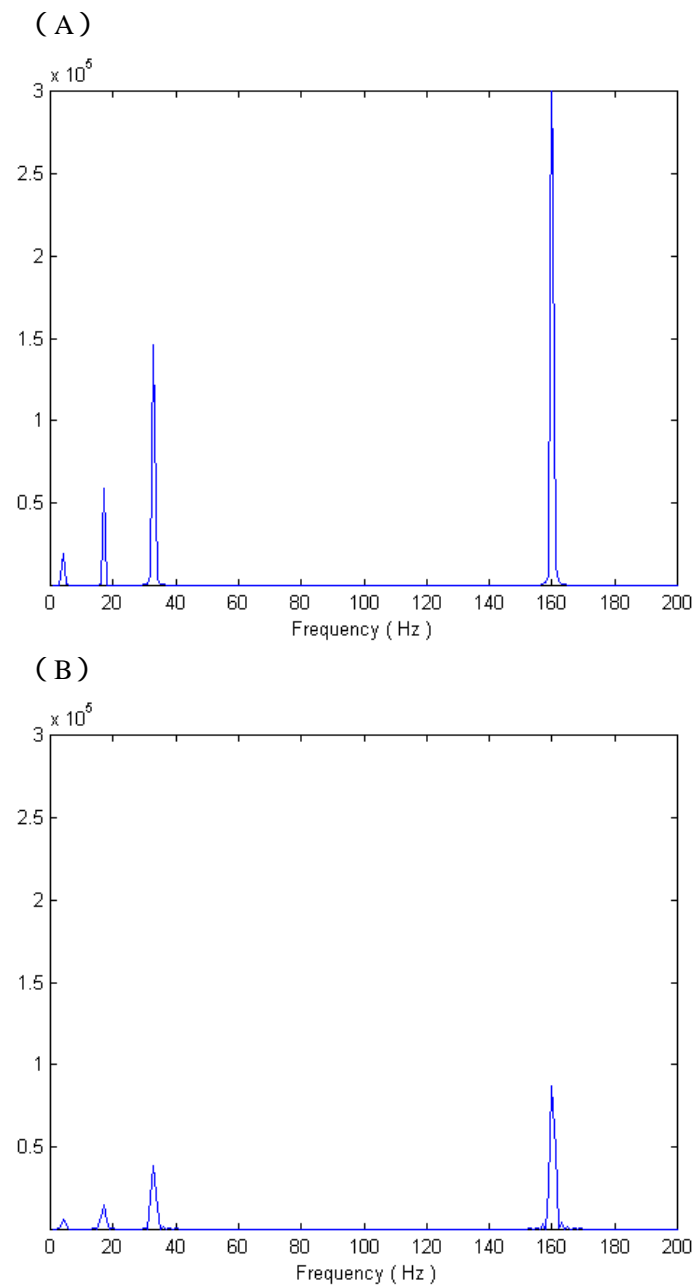
(A)



(B)

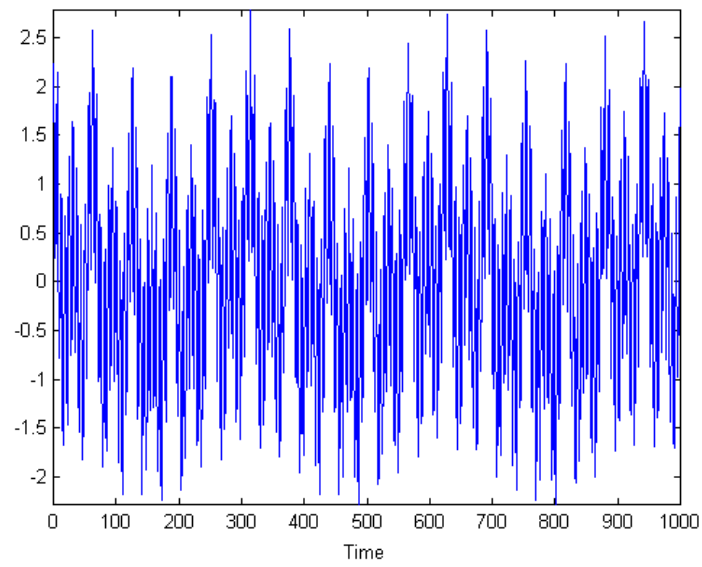


附圖三：函式(3)與函式(4)原始圖。用 Matlab 對函式(3)與函式(4)所畫出來之圖形
(A) 函式(3)的圖形 (B) 函式(4)的圖形

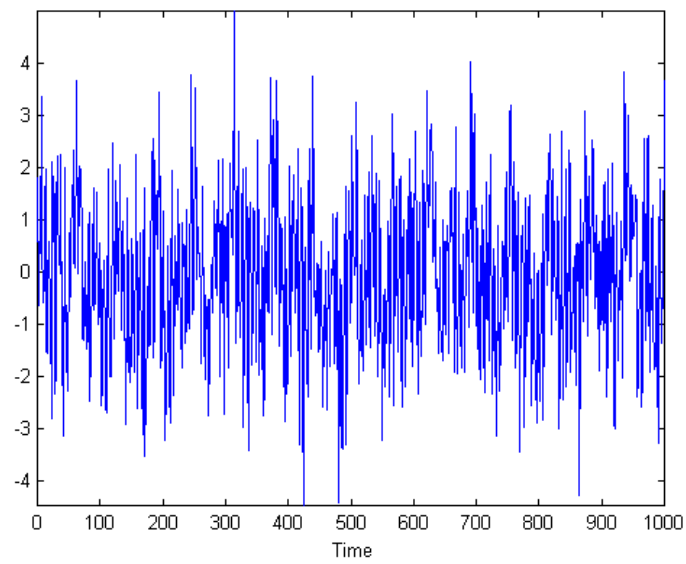


附圖四：函式(3)與函式(4)傅利葉轉換頻譜。用 Matlab 將函式(3)與函式(4)經傅利葉轉換所畫出來之頻譜 (A) 函式(3)的頻譜 (B) 函式(4)的頻譜

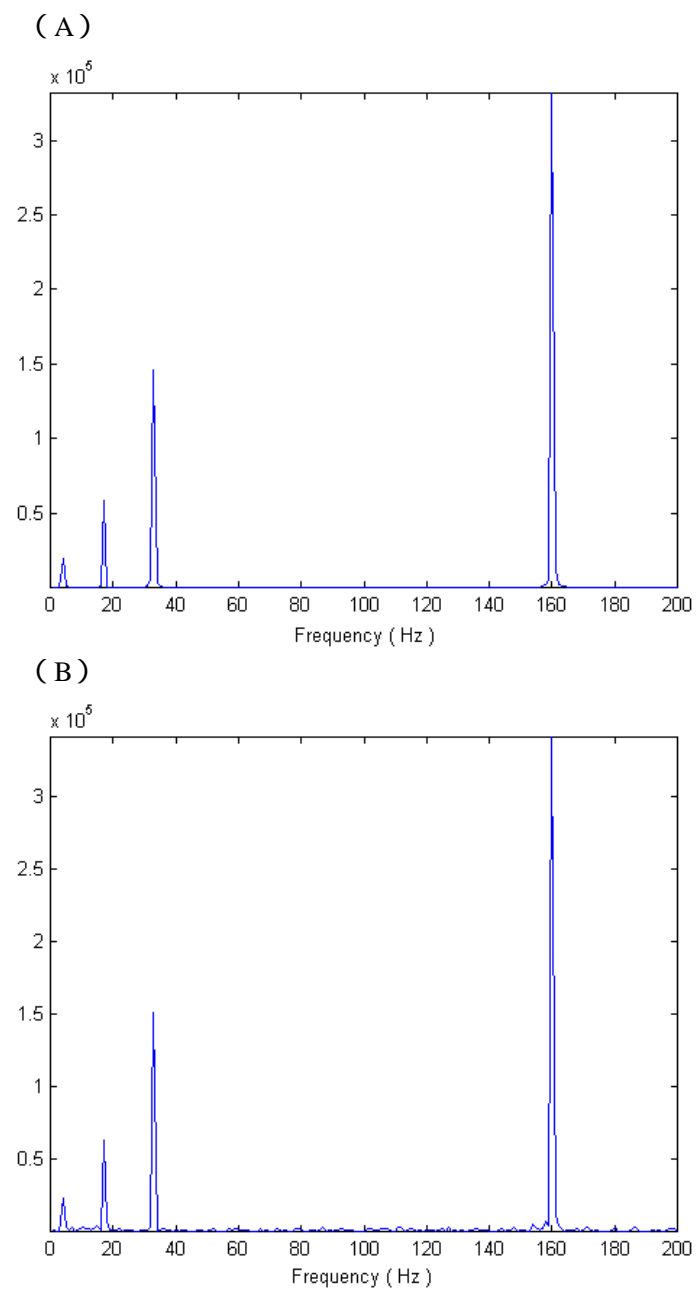
(A)



(B)



附圖五：函式(5)與函式(6)原始圖。用 Matlab 對函式(5)與函式(6)所畫出來之圖形
(A) 函式(5)的圖形 (B) 函式(6)的圖形



附圖六：函式(5)與函式(6)傅利葉轉換頻譜。用 Matlab 將函式(5)與函式(6)經傅利葉轉換所畫出來之頻譜 (A) 函式(5)的頻譜 (B) 函式(6)的頻譜