

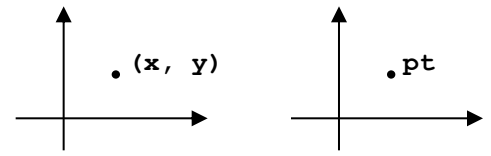
什麼是 C Structures？如何產生 `int`、`double`、字串、陣列等等基本資料型態之外，更複雜的資料儲存方式？

Structures 是多個相關的變數的集合，用一個共同的名稱來統稱。這樣的方式在使用上較方便，也會讓程式更簡潔易懂。譬如要描述平面上的點座標，可以用

```
int x, y;
```

若使用 structures 則可以自定一個叫做 `t_point` 的資料型態，寫成

```
struct t_point {
    int x;
    int y;
};
```



關鍵字 `struct` 後面接著的就是關於 `t_point` 這個自定的資料結構的宣告，`t_point` 是自己替這個資料結構取的名字，括號中間就是這個 structure 所包含的資料結構，括號後面要記得加上分號做結束。宣告過 structure 之後可以用它來定義變數

```
struct t_point pt;
```

所以 `pt` 會包含 `x` 和 `y` 兩個 members，要設定或更改 members 的內容，最直接的方式是使用 member operator `.` 來存取。

```
pt.x = 10;
pt.y = 20;
```

已經宣告過的 structure 可以再拿來宣告另一個 structure，例如

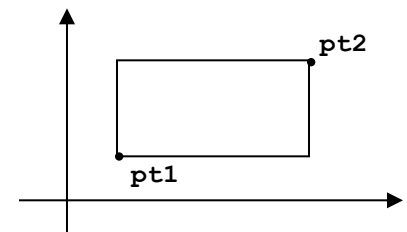
```
struct t_rect {
    struct t_point pt1;
    struct t_point pt2;
};
```

然後用它來產生變數

```
struct t_rect screen;
```

以及存取 members

```
printf("%d %d\n", screen.pt1.x, screen.pt1.y);
```



如何使用 C Structures 來做運算？

Structures 可以使用的運算元只有 `=`、`&`、`.`，其他的運算則必須自己寫 functions 來達到我們想要的功能，例如，想要比較兩個 structure 變數相不相等，不能直接用 `==` 或 `!=`，另外相加 `+` 和相減 `-` 也不能用。接下來就來看幾個自定 functions 的例子。

```
struct t_point makePoint(int, int);
struct t_point midPoint(struct t_point, struct t_point);

struct t_point makePoint(int x, int y)
{
    struct t_point pt;
    pt.x = x;
    pt.y = y;
    return pt;
}

struct t_point midPoint(struct t_point p1, struct t_point p2)
{
    p1.x = (p1.x + p2.x) / 2;
    p1.y = (p1.y + p2.y) / 2;
    return p1; /* 把 p1 回傳，會將 p1 的 members 的值一一複製 */
}
```

在主程式裡呼叫 `makePoint()` 來設定 `struct t_point` 變數

```
struct t_rect screen;
struct t_point mpt;
screen.pt1 = makePoint(1, 1);
screen.pt2 = makePoint(1024, 768);
mpt = midPoint(screen.pt1, screen.pt2);
```

[練習 WD_01]

寫一個 function `ptInRect()` 來判斷某個點 `p` 是否落在某個長方形 `r` 裡面，是則回傳 `1`，否則回傳 `0`。

```
int ptInRect(struct t_point p, struct t_rect r);
```

Structures 參數的傳遞方式

傳遞 structure 變數到 function，會用 call-by-value 方式，所以在 function 裡改變 structure 的 members 的值，並不會影響外部的 structure 變數的內容。

Structures 同樣可以用指標方式來達到 call-by-reference 的效果，通常用傳遞指標的方式會比傳遞整個 structure 來得有效率 (call-by-value 需要複製整個 structure 變數的內容)。

在討論指標之前，先來看一個額外的功能。C 提供 `typedef` 來讓我們宣告新的型別名稱，這樣接下來宣告變數會比較方便。譬如，在原來 `struct t_point` 的宣告之後，使用 `typedef` 宣告一個新名字來取代原來的寫法。

```
struct t_point {
    int x;
    int y;
};
typedef struct t_point Point;
```

原本產生變數必須使用

```
struct t_point pt;
```

現在只要用

```
Point pt;
```

所以現在宣告一個指到 `struct t_point` 的指標可以用

```
struct t_point *pp;
```

或

```
Point *pp;
```

把 `pp` 指到 `pt` 就和一般變數一樣，要使用 `&` 來取得 structure 的位址：

```
pp = &pt;
```

透過指標來存取 structure 的 members 有兩種寫法，一種是用標準的 `*` 先找到指標指的内容，再用 `.` 來取出 member：

```
(*pp).x = 10; /* 一定要加括號 */
```

另一種則是用 `->` 符號，相當於上面的縮寫

```
pp->x = 10;
```

[練習 WD_02]

宣告新的型別 `Rect` 來代表 `struct t_rect`，產生指到 `Rect screen` 的指標，透過指標修改 `screen` 範圍。

Structures 陣列

陣列的使用更能說明 structures 的必要性。以 `struct t_point` 為例，要產生 100 個平面上的點來記錄 100 組座標，如果不使用 structure 要寫成

```
int x[100], y[100];
```

使用 structure 變成

```
struct t_point pt[100]; /* 或使用前面 typedef 所宣告的新型別名稱 Point pt[100]; */
```

由於在這個例子中，平面點座標應該是一體的資料，包含 `x` 和 `y` 座標，所以使用 structure 的方式更合理。另外，計算 structure 陣列的大小，仍然可以使用 `sizeof`

```
sizeof(pt) / sizeof(Point)
```

和一般變數相同，structure 陣列參數的傳遞是用 call-by-reference 的方式，譬如 `f(pt)` 會傳陣列的起始位址。

[練習 WD_03]

寫出 function `randPoint()` 隨機在某個長方形 `r` 範圍內產生 `n` 個點。

```
void randPoint(Rect r, Point p[], int n);
```

產生的點儲存在 `p[]` 裡面。然後再寫出 function `meanPoint()` 計算 `p[]` 裡頭的 `n` 個點的 `mean`。

```
Point meanPoint(Point p[], int n);
```

Unions

除了 structures 之外，C 還提供另一種衍伸型別 unions，讓我們用同一塊區域來儲存不同類型的資料，例如

```
union u_tag {
    int ival;
    float fval;
    char *sval;
};
```

```
union u_tag u;
```

用這樣方式產生的變數 `u` 會有剛好足夠的空間來儲存 `int`、`float`、`char*` 三種型別中最大的型別資料。變數 `u` 每次只能儲存三種型別資料中的一種，我們必須自己記得目前 `u` 所儲存的資料是哪一種型別。

執行程式看看下面的輸出是什麼，就會對 `union` 的作用更了解。

```
printf("%d\n", sizeof(u)); /* 4 雖然三個成員各為 4 bytes 但必須共用同一個空間 */
u.ival = 10;
printf("%d\n", u.ival);    /* 10 */
u.fval = 20.0;             /* 後來設的值會把前面設的蓋掉 */
printf("%f\n", u.fval);    /* 20.000000 */
printf("%d\n", u.ival);    /* 1101004800 沒有意義 因為浮點數和整數的儲存方式不同 */
u.sval = "abcde";
printf("%d\n", u.ival);    /* 4202504 指標所指到的位址 */
printf("%s\n", u.sval);    /* abcde */
printf("%s\n", u.ival);    /* abcde 位址的儲存方式如果和整數的方式相同就能顯示出字串 */
```

Bit Manipulations

C 語言提供了一些 operators，讓我們能用更低階的方式存取和修改資料。這些 operators 包括

& (AND)、| (OR)、^ (XOR)、>> (right shift)、<< (left shift)、~ (one's compliment)

有時候我們需要儲存的資訊可能只有 1 和 0 兩種值，譬如記錄某種狀態 "有" 或 "無" (所謂的 flag)。當我們需要記錄大量這一類的資料時，若使用 `int` 來記錄會太浪費空間，這種情況就適合使用 bit 運算，只需用到原本的空間的 1/32。

```
#include <stdio.h>
void dispBits( unsigned val )
{
    int i;
    unsigned mask = 1 << 31; /* 1000...000 1 後面接 31 個 0 */
    for (i=0; i<32; i++) { /* (mask & val) != 0 如果是 true 會印出 1 */
        printf("%d", ((mask & val) != 0) ); /* (mask & val) != 0 如果是 false 會印出 0 */
        mask = mask >> 1; /* mask 的 1 向右移動 1 格 用來取下一個 bit */
    }
    printf("\n");
}
int main(void)
{
    unsigned n;
    n = 100;
    dispBits(n);
    dispBits(0x1f); /* 0x1f 是 31 的十六進位表示，換成二進位是 000...00011111 */
    dispBits(n & 0x1f);
    dispBits(n | 0x1f);
    dispBits(n ^ 0x1f);
    dispBits( ~n );
    return 0;
}
```

用圖示來解釋下面的運作原理

```
unsigned getBits(unsigned x, int p, int n)
{
    return ( x >> (p-n) ) & ~( ~0 << n ); /* 取出 x 的第 p 位置起 n 個 bits */
}
```

寫出 `unsigned invert(x, p, n)` 把 `x` 第 `p` 位置起 `n` 個 bits 由 0 變 1, 1 則變為 0。

寫出 `unsigned rightRotate(x, n)` 傳回 `x` 向右 rotate `n` bits 之後的結果。

以 `getBits(100, 6, 4)` 為例，會從右邊數來第 6 個 bit 開始，取出 4 個 bits

[illegible]

`dispBits(getBits(100, 6, 4));` 會得到

000000000000000000000000000000000000**1001**

運作原理：

會得到 111...11111111 三十二個 1

$\sim 0 \ll n$ 會得到 111...11110000 在這個例子 $n = 4$ ，所以最右邊四個 bits 因為向左 shift 的關係會補零

$\sim(\sim 0 < n)$ 會得到 000...00001111 反轉的結果，這個結果會被當作 mask

x>>(p-n) 把 000...01100100 向右 shift 兩個 bits (6-4)

變成 000...00011001 左邊多出來的空位會補零

最後把 $(x \gg (p-n)) \& \sim(\sim 0 \ll n)$ 相當於 $000\dots00011001 \& 000\dots00001111$

得到我們要的結果 000...0000**1001**

`invert()` 可能的寫法之一：

```
unsigned invert( unsigned x, int p, int n )
{
    return  x ^ (~0 << n) << (p-n);
}
```

想辦法產生一個 mask, 能讓 p 位置後接 n 個 1, 其餘位置都是零:

這樣的 mask 可以用 $\sim(\sim 0 \ll n) \ll (p-n)$ 產生

有了這個 mask, 只要把它和 **x** 做 **XOR** 就可得到 **invert()** 要做的效果

因為任何 bit 和 0 做 XOR 的結果會維持不變，

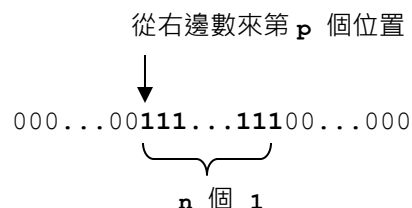
而任何 bit 和 1 做 XOR 則會變成 complement

`rightRotate()` 可能的寫法之一：

```
unsigned rightRotate(unsigned x, int n)
{
    return ((x & ~(~0 << n)) << (sizeof(x)*8 - n)) | (x >> n) ;
}
```

第一部份用 `(x & ~(~0 << n))` 取出最右邊 `n` 個 bits，然後向左 shift `(sizeof(x)*8 - n)` bits，

第二部份用 $(x \gg n)$ 把 x 向右 shift n bits，把兩個部份做 OR 組合起來就可以做出向右 rotate 的效果。



Self-Referential Structures

學過指標和 `struct` 之後，就可以靠結合這兩樣東西，變出很多花樣。我們會介紹一些基本的動態資料結構，包括 linked lists、stacks、queues、trees。這些資料結構搭配演算法，就會有很多實際用途。

先來看 Self-Referential Structures，如何讓 `struct` 中包含指向同一種 `struct` 的指標。標準寫法如下：

```
struct t_node {
    int data;
    struct t_node *nextPtr;
};
```



關鍵就是第二個 member，是一個能夠指向 `struct t_node` 的指標。我們用這樣的 `struct` 來產生兩個變數，

```
struct t_node n1, n2;
```

還記得當你產生指標的時候，牠還沒被初始化，也就是還沒指到有意義的位址，所以還不能拿來使用。所謂有意義的位址，必須是已經產生的變數所在的位址，用 `&` 符號來取得，譬如 `&n2` 就是一個有意義的位址。所以，我們可以寫出下面的敘述：

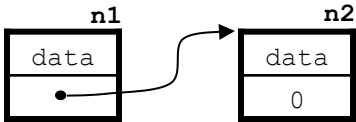
```
n1.nextPtr = &n2;
```

再來 `n2.nextPtr` 也可幫牠指到一個合法的地方，譬如 `NULL`：

```
n2.nextPtr = NULL;
```

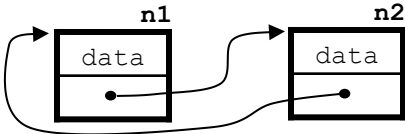
當然也可以把牠指向 `&n1` 位址

```
n2.nextPtr = &n1;
```



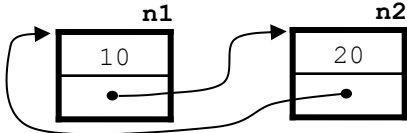
`n1` 和 `n2` 的 `data` 都還沒設定，我們現在可以用 `n1.nextPtr` 和 `n2.nextPtr` 互相幫對方設定。

```
(*n1.nextPtr).data = 20;
(*n2.nextPtr).data = 10;
```



上面的敘述還有另一種寫法：

```
n1.nextPtr->data = 20;
n2.nextPtr->data = 10;
```



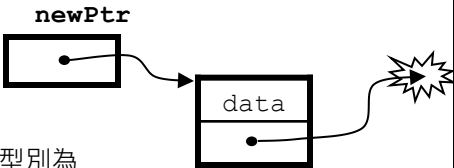
[練習 WE_01]

先產生三個 `struct t_node` 變數，分別叫做 `n1`、`n2`、`n3`
`n1.nextPtr` 指向了 `&n2` 位址，`n2.nextPtr` 指向 `&n3` 位址，`n3.nextPtr` 指向 `NULL` 位址，然後用一個新的指標 `struct t_node *p` 指向 `&n1` 位址。寫一個迴圈，只使用 `p` 來把 `n1`、`n2`、和 `n3` 的 `data` 都設成 500。

Dynamic Memory Allocation

前面的例子中，`n1`、`n2`、`n3` 都是在 `compile` 的時候就決定了，因為一開始我們就假設要用到三個變數。假如我們想讓程式在執行時候，才依照外在狀況產生新的 `struct t_node`，就必須動態取得記憶體來儲存變數。在 `stdlib.h` 裡頭有兩個 functions: `malloc()` 和 `free()`，我們可以靠這兩個 functions 動態取得和釋放記憶體。用 `malloc()` 取得的記憶體大小是動態設定的，`malloc()` 會傳回取得的整塊記憶體的起始位址，你的程式就要靠這個起始位址找到你取得的整塊記憶體。程式開頭要加 `#include <stdlib.h>`，

```
struct t_node *newPtr;
newPtr = (struct t_node *)malloc(sizeof(struct t_node));
```



用 `sizeof(struct t_node)` 算出需要多少個 bytes，然後用 `malloc()` 取得足夠的記憶體區塊的起始位址。`malloc()` 會傳回一個型別為 `void*` 的指標代表起始位址，`void*` 的意思是指向不特定的型別，所以你可以把這樣的指標的值設給「宣告成其他任意型別」的指標，譬如 `int*` 的指標。如果 `malloc()` 無法取得記憶體則會傳回 `NULL`。
(註：不管是指向哪一種型別的指標，儲存的值都是長度 4 bytes 的記憶體位址，所以這樣的設定很合理。真正的差異是當你要做類似 `p++` 這樣的指標增加的動作時，必須要知道 `p` 究竟是指向哪一種型別，才能知道每次 `++` 到底要移動多少個 bytes 的位址。你可以試試看對一個 `void*` 的指標做 `++` 的動作，compiler 可能會有會有類似 warning: wrong type argument to increment 的警告訊息。)

Dynamic Memory Allocation

用 `malloc()` 取得記憶體，使用完後要記得釋放，不然記憶體會越用越少。下面的敘述會把剛才前面取得的記憶體釋放

```
free(newPtr);
```

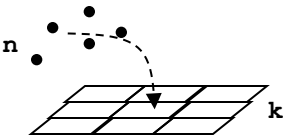
可見得，記住原先取得的記憶體的起始位址，是一件非常重要的事情。要是忘了那個起始位址，到時候就無法正確釋放記憶體。
你可以試試看如果釋放一個錯誤的位址會有什麼後果，或是把已經 `free()` 的位址再 `free()` 一次看看。



(註：執行 `free(newPtr)` 會把 `newPtr` 指到的位址傳給 `free()`，然後 `free()` 會負責把對應位址原先佔用的那些記憶體釋放掉，但 `newPtr` 的值並不會變 (因為 call-by-value)，也就是說 `newPtr` 還是指到相同的記憶體位址，但是這塊記憶體的內容已經不再受到保護，所以不該再用 `newPtr` 去存取那塊記憶體，雖然不一定會立刻發生錯誤。更進一步說明，對大多數 `malloc()` 和 `free()` 的 implementation 來說，所謂取得和釋放其實只是改變記憶體的使用狀態。`malloc()` 和 `free()` 做的事情只是去記錄哪些記憶體區塊被佔用以及哪些可用。所以，執行完 `free(newPtr)` 之後，乍看之下可能會覺得沒發生什麼變化，因為原先那些記憶體內的資料可能都還存在，但是無論如何你的程式都不該再去存取已經被 `free()` 的位址的記憶體內容。總之，使用 `malloc()` 和 `free()` 要特別小心。另外順帶提一下，`malloc()` 和 `free()` 通常就是用接下來要介紹的 linked lists 來管理記憶體。)

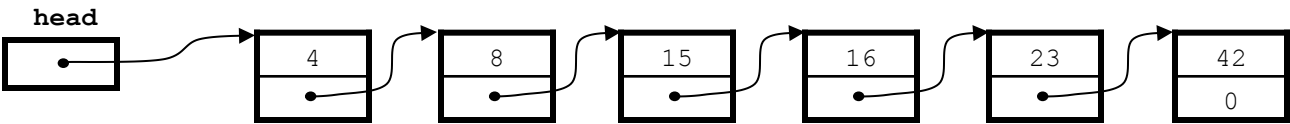
[練習 WE_02]

讓使用者輸入 `n` 和 `k` 兩個整數。宣告一個 `struct t_point` 包含 `int x` 和 `int y`。用 `malloc()` 產生一個型別為 `struct t_point`，長度為 `n` 的陣列，取名為 `P`。隨機設定每個 `P[i]` 的 `x` 和 `y` (`0~k-1` 的整數，總共有 `k*k` 個格子)，把落在每個格子內的點數秀出來。最後把 `P` 佔用的記憶體釋放掉。



Linked Lists

結合前面兩項功能，self-referential structures 和 dynamic memory allocation，就可以動態地做出 linked lists 這種資料結構。



接下來要討論的問題就是如何產生一個 linked list，如何在某個位置插入一個 node，如何拿掉某個 node。假設我們希望維持 linked list 所存的資料的順序，node 的 data 值要由小排到大。

需要寫出幾個 functions:

```
struct t_node* insert(struct t_node *np, int val);
struct t_node* delete(struct t_node *np, char val);
void dispList(struct t_node *np);
```

主程式從產生 `head` 開始

```
struct t_node *head;
head = NULL;
```

呼叫 `insert()` 把某個值加入 `head` 所指到的 linked list 的適當位置 (node 的 data 值要從小排到大)

```
head = insert(head, 4); /* 經過 insert() 之後，head 可能需要指到不同位址 */
head = insert(head, 8); /* 所以要傳回新的位址給 head */
head = insert(head, 13);
```

或是呼叫 `delete()` 把值從 `head` 所指到的 linked list 中刪除

```
head = delete(head, 13);
head = delete(head, 4);
head = delete(head, 11);
```

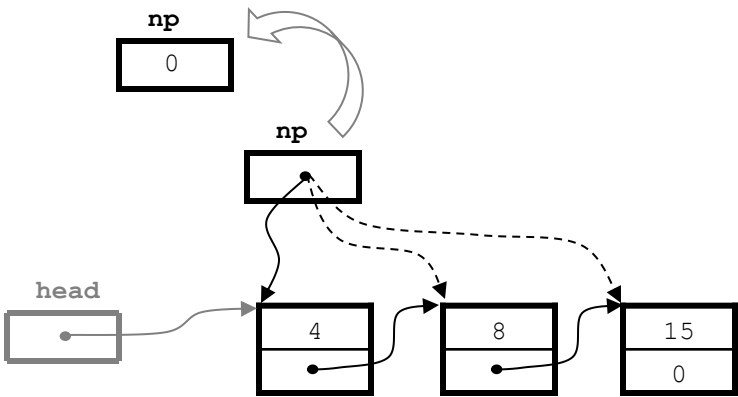
或是呼叫 `dispList()` 把 `head` 所指到的 linked list 的內容顯示出來

```
dispList(head);
```

Linked Lists

先來看怎麼寫 `void dispList(struct t_node *np);`

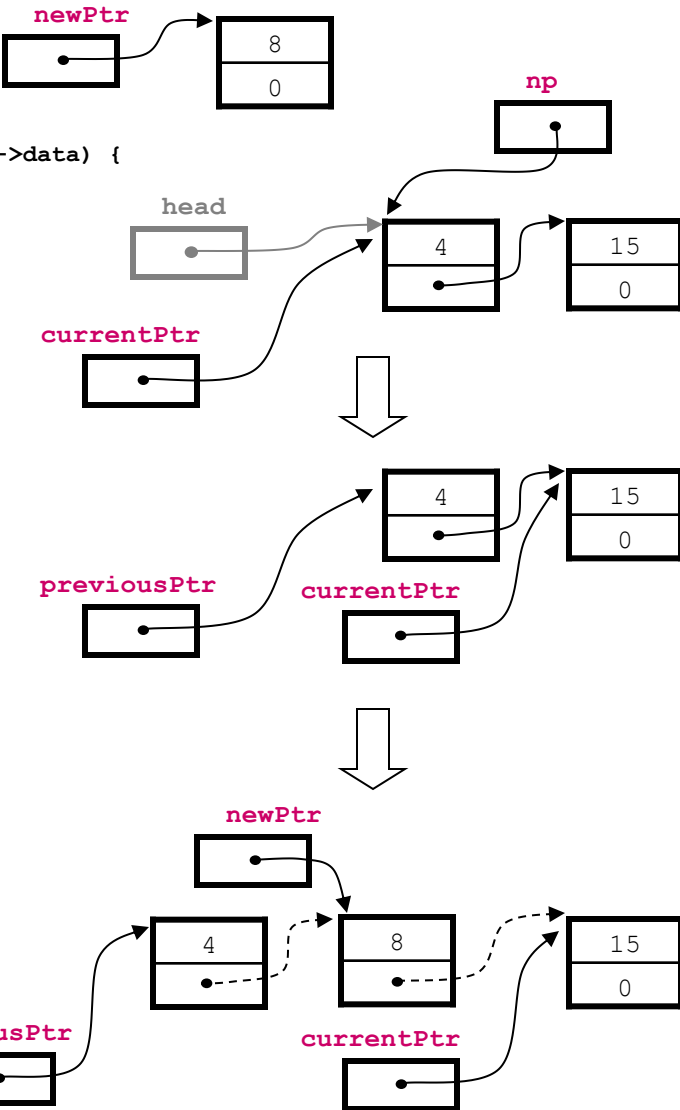
```
void dispList(struct t_node *np)
{
    if ( np == NULL ) {
        printf("List is empty.\n\n");
    }
    else {
        printf("The list is:\n");
        while (np != NULL) {
            printf("%d--> ", np->data);
            np = np->nextPtr;
        }
        printf("NULL\n\n");
    }
}
```



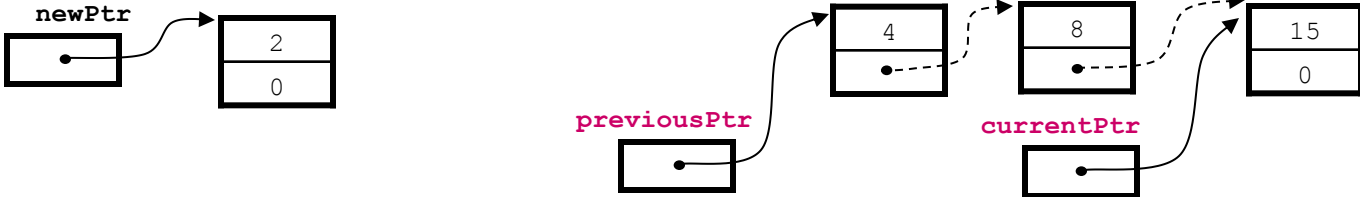
再來看 `struct t_node* insert(struct t_node *np, int val);`

```
struct t_node* insert(struct t_node *np, int val)
{
    struct t_node *newPtr, *previousPtr, *currentPtr;

    newPtr = (struct t_node *)malloc(sizeof(struct t_node));
    if (newPtr != NULL) {
        newPtr->data = val;
        newPtr->nextPtr = NULL;
        previousPtr = NULL;
        currentPtr = np;
        while (currentPtr!=NULL && val>currentPtr->data) {
            previousPtr = currentPtr;
            currentPtr = currentPtr->nextPtr;
        }
        if (previousPtr == NULL) {
            newPtr->nextPtr = np;
            np = newPtr;
        }
        else {
            previousPtr->nextPtr = newPtr;
            newPtr->nextPtr = currentPtr;
        }
        return np;
    }
    else {
        printf("記憶體不夠啦.\n");
        return NULL;
    }
}
```



[練習 WE_03]
`head = insert(head, 2);` 會有哪些動作?

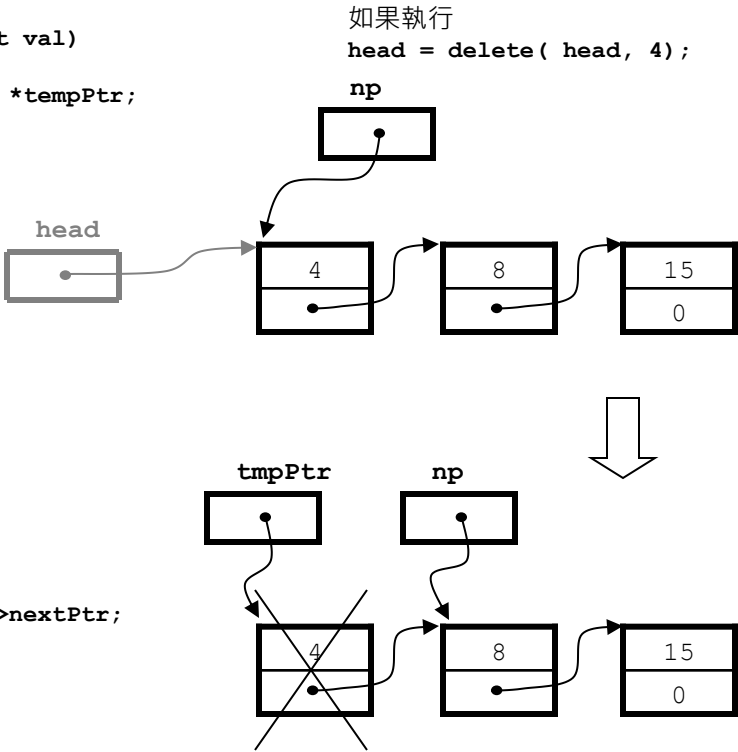


Linked Lists

最後看怎麼寫 `struct t_node* delete(struct t_node *np, int val);`

```
struct t_node* delete(struct t_node *np, int val)
{
    struct t_node *previousPtr, *currentPtr, *tempPtr;

    if (val == np->data) {
        tempPtr = np;
        np = np->nextPtr;
        free( tempPtr );
        return np;
    }
    else {
        previousPtr = np;
        currentPtr = np->nextPtr;
        while (currentPtr != NULL &&
               currentPtr->data != val) {
            previousPtr = currentPtr;
            currentPtr = currentPtr->nextPtr;
        }
        if (currentPtr != NULL) {
            tempPtr = currentPtr;
            previousPtr->nextPtr = currentPtr->nextPtr;
            free( tempPtr );
            return np;
        }
    }
    return NULL;
}
```



[練習 WE_04]

畫圖解釋上面的例子如果接著執行

```
head = delete(head, 15);
```

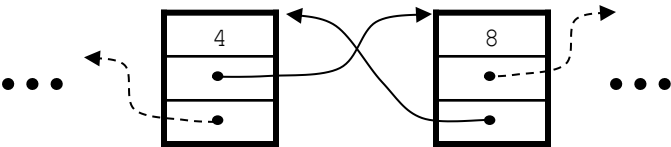
以及

```
head = delete(head, 7);
```

會做哪些動作。

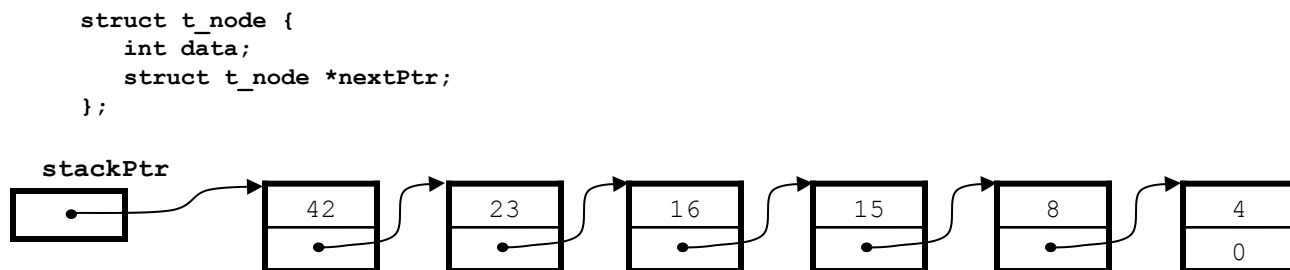
[練習 WE_05]

試著建立 doubly linked lists。



Stacks

看過 linked lists 的操作方式，再來就要介紹 stacks 這種資料結構。Stacks 是想像將一筆筆資料疊在一起，新加入的資料只能加在 stack 最上層，而且也只能從 stack 最上層移除資料，就是所謂的 last-in first-out (LIFO) 原則。可想而知，實作 stacks 的方式其實和 linked lists 一樣，還是用 `struct` 和指標的結合來做，只是對於 stacks 來說 `struct t_node` 的 `insert()` 和 `delete()` 只能發生在最前面的 node，一般習慣將這兩個動作稱作 push 和 pop。此外，和 linked lists 一樣，需要一個指標指到 stack 的最頂端位址，而 stack 最底層的 node 的 `nextPtr` 欄位也要指到 `NULL`。先來看用下面這種 `struct t_node` 製作出的 stack：



我們需要寫出能達到 push 和 pop 兩種效果的 functions。有了製作 linked lists 的經驗，這次我們就來看看如何用 call-by-reference 來寫這兩個 functions。

為了要將 stack 的內容印出來，我們可以直接拿 `dispList()` 來修改寫出 `printStack()`。

```

void printStack(struct t_node *currentPtr)
{
    if (currentPtr == NULL) {
        printf("The stack is empty.\n\n");
    }
    else {
        printf("The stack is:\n");
        while (currentPtr != NULL) {
            printf("%d --> ", currentPtr->data);
            currentPtr = currentPtr->nextPtr;
        }
        printf("NULL\n\n");
    }
}
  
```

將新的資料加入 stack 需要 `void push(struct t_node * *topPtr, int val);`

```

void push(struct t_node * *topPtr, int val)
{
    struct t_node *newPtr;
    newPtr = (struct t_node *)malloc(sizeof(struct t_node));
    if (newPtr != NULL) {
        newPtr->data = val;
        newPtr->nextPtr = *topPtr;
        *topPtr = newPtr;
    } else {
        printf("%d not inserted. No memory available.\n", val);
    }
}
  
```

參數 `topPtr` 出現兩個星號是因為我們想要有 call-by-reference 的效果。在 `main()` 裡假設我們有一個指標指向 stack 的最上層位址：

```
struct t_node *stackPtr = NULL;
```

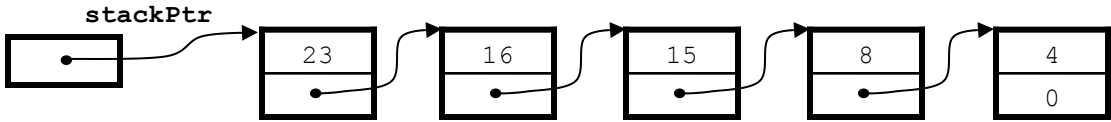
用 call-by-reference 方式呼叫，要用類似下面的方式，把 `stackPtr` 這個指標變數本身的位址傳給 `push()`：

```
push(&stackPtr, 42);
```

由於 `stackPtr` 已經是 `struct t_node *` 這樣的型別，所以 `&stackPtr` 的型別就是 `struct t_node **`，出現兩個星號。如此一來，在 `push()` 裡面對 `topPtr` 所做的修改，才能夠真的影響到 `main()` 裡的 `stackPtr`。

push() 的示意圖

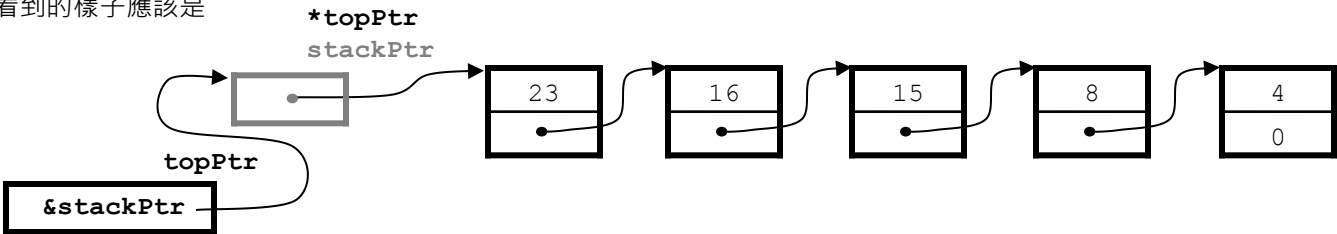
假設我們已經用了一連串 push() 產生了下面的 stack (這些數字是依照什麼順序 push ?)：



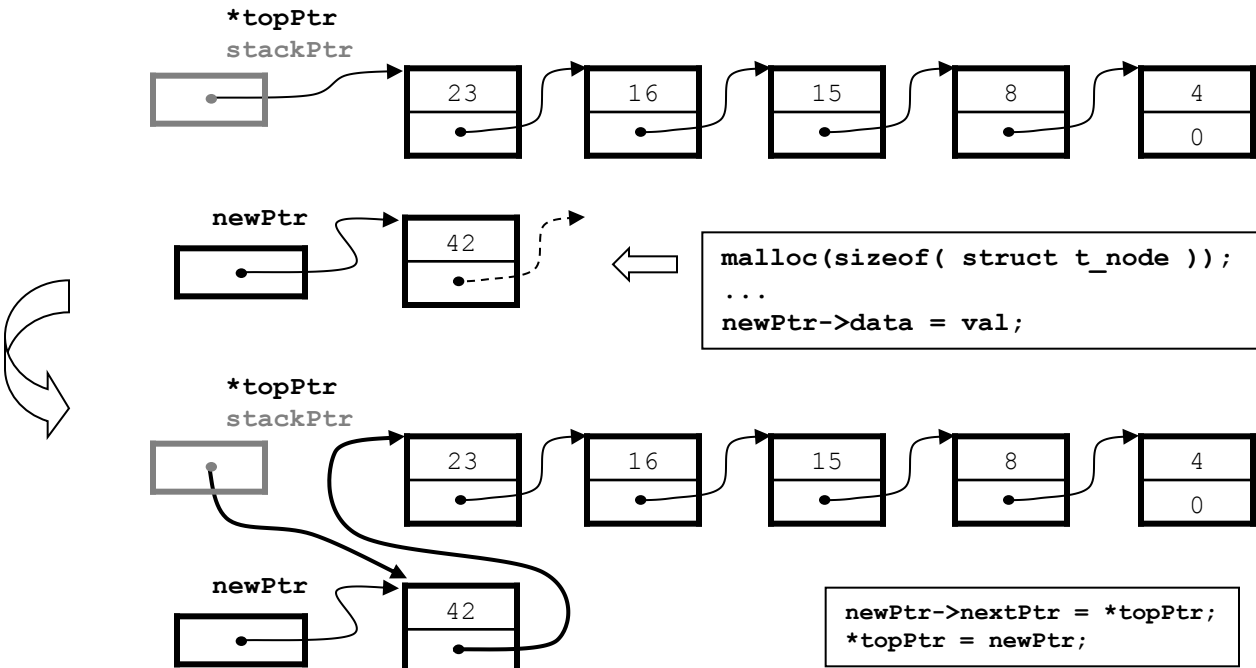
在這樣的情況下再呼叫 push(&stackPtr, 42); 進入

```
void push(struct t_node * *topPtr, int val)
{ ...
}
```

看到的樣子應該是

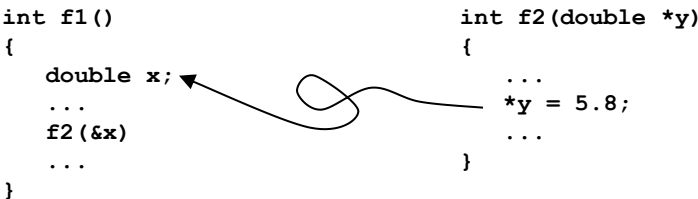


topPtr 這個指標所記錄的位址是 &stackPtr，所以 *topPtr 相當於 stackPtr，記錄的是由 struct t_node 組成的 stack 的起始位址。



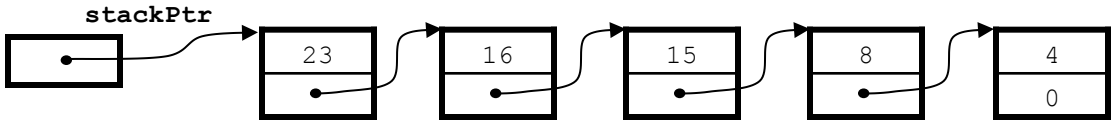
Call-by-Reference 的觀念

假設你有兩個 functions: f1() 和 f2()，在 f1() 裡面會呼叫 f2()，而 f1() 裡面有一個變數 x。如果想要在 f2() 裡面修改 f1() 的變數 x，就必須用 call-by-reference 的方式把 x 傳給 f2()，也就是把 x 的位址告訴 f2() 而讓 f2() 能直接對那個位址裡面儲存的資料做修改。



pop()

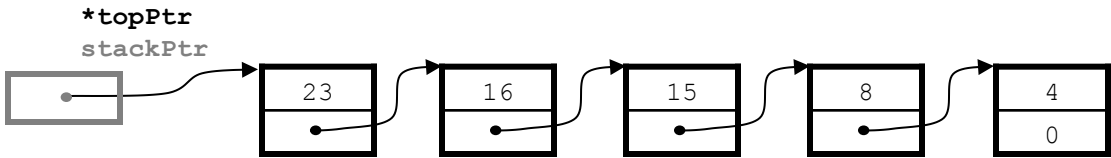
假設我們已經用了一連串 push() 產生了下面的 stack:



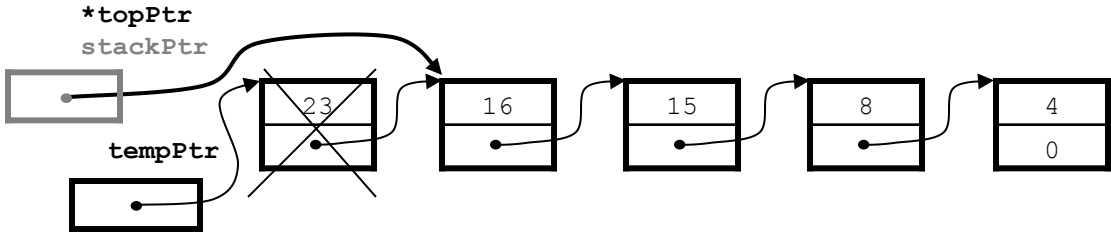
在這樣的情況下再呼叫 pop(&stackPtr); 進入

```
int pop(struct t_node * *topPtr)
{
    struct t_node *tempPtr;
    int popValue;
    if (*topPtr == NULL) return -1;
    tempPtr = *topPtr;
    popValue = (*topPtr)->data;
    *topPtr = (*topPtr)->nextPtr;
    free(tempPtr);
    return popValue;
}
```

在 pop() 裡看到的樣子應該是



執行 pop() 應該要傳回 23 這個整數，然後 stackPtr 要指到儲存 16 的 struct t_node，再把原本儲存 23 的 struct t_node 所佔用的空間釋放掉。



主程式的內容

```
int main()
{
    struct t_node *stackPtr = NULL;
    int i;
    push(&stackPtr, 4);
    push(&stackPtr, 8);
    push(&stackPtr, 15);
    push(&stackPtr, 16);
    push(&stackPtr, 23);
    printStack(stackPtr);
    i = pop(&stackPtr);
    printStack(stackPtr);
    printf("%d is popped.\n", i);

    return 0;
}
```

[練習 WE_06]

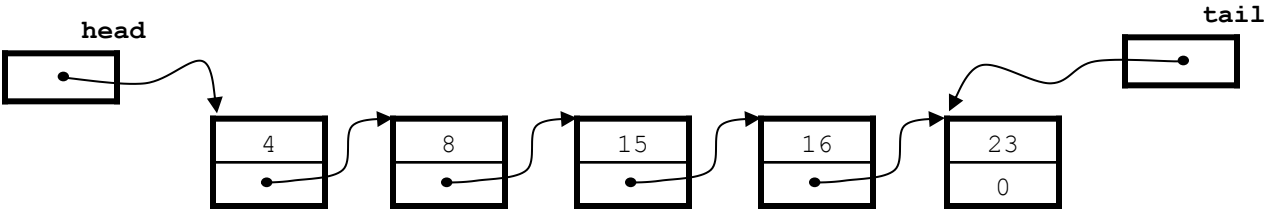
把 printStack() 改寫成 recursive 版本。

[練習 WE_07]

使用 stack 判斷一個字串的括號是否正確對應，例如 "(((1+2) + (3+4)) * 5 + (6+7) * 8) * 9"。

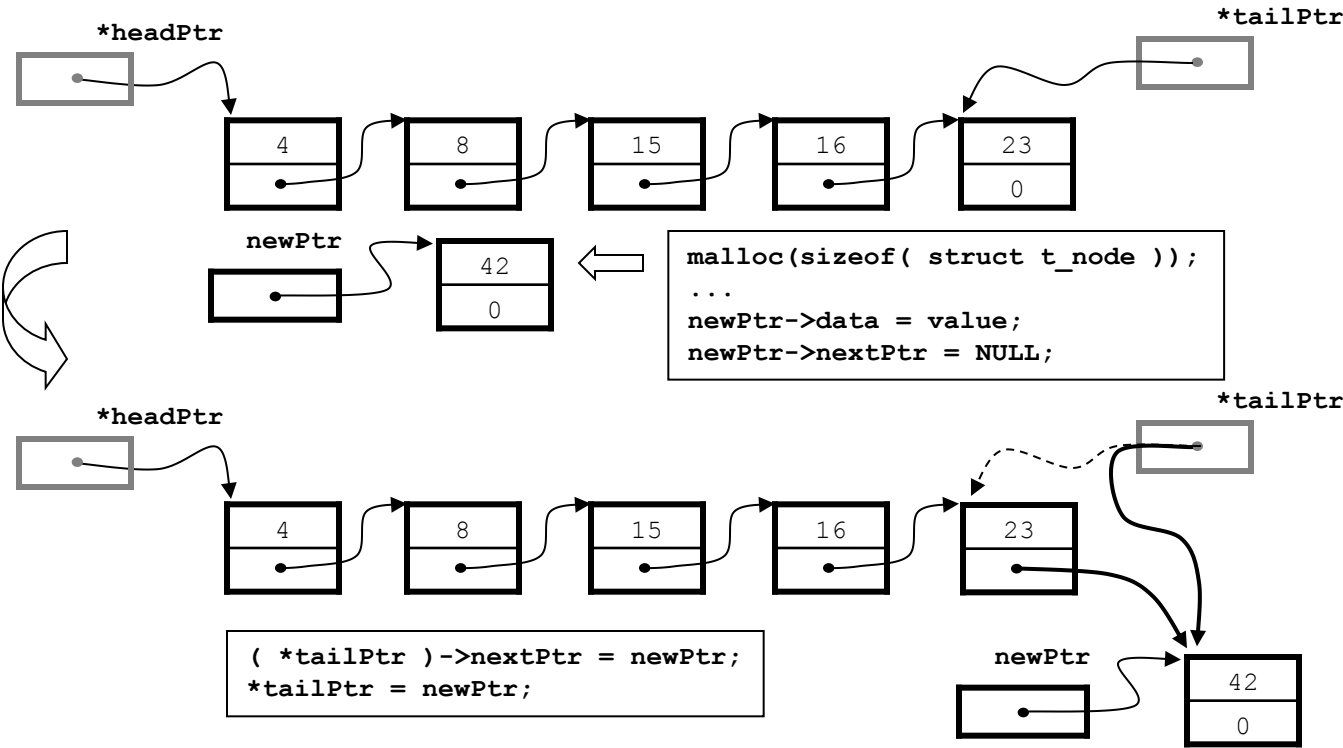
Queues

雖然 queues 和 stacks 都是用 linked lists 的形式來儲存資料，但是 queues 的操作原則是 first-in first-out (FIFO)，也就是平常的排隊原則，先排隊的先結帳，後來加入的要排在隊伍最後面。相對於 stacks 的 `push()` 和 `pop()` 這兩個動作，queues 需要 `enqueue()` 和 `dequeue()` 兩個 functions。至於 `printQueue()` 則和 `printStack()` 的方式完全一樣。除此之外，由於 stack 不論加入或移除都是從 stack 的最上端，但是 queue 則是從末端加入、前端移除，所以 queue 除了要有一個 `head` 指標指到 queue 的前端，還需要 `tail` 指標指到 queue 的末端。



在這樣的情況下再呼叫 `enqueue(&head, &tail, 42);`

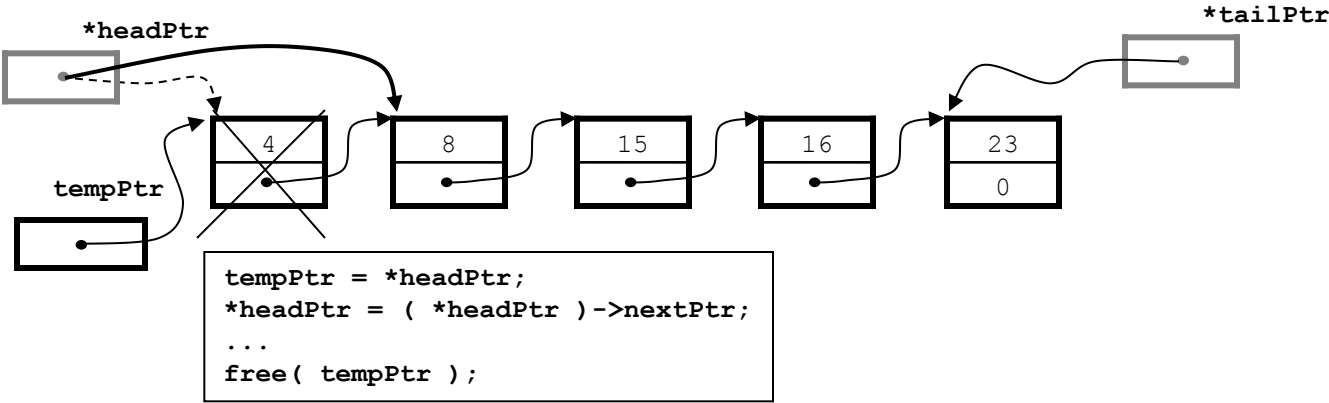
```
void enqueue(struct t_node * *haedPtr, struct t_node * *tailPtr, int val)
{ ...
}
```



```
void enqueue(struct t_node * *headPtr, struct t_node * *tailPtr, char val)
{
    struct t_node *newPtr;
    newPtr = (struct t_node *)malloc(sizeof( struct t_node ));
    if (newPtr != NULL) {
        newPtr->data = val;
        newPtr->nextPtr = NULL;
        if (*headPtr == NULL) { /* 假如 queue 還是空的，則在第一個 node 被加入之後， */
            *headPtr = newPtr; /* headPtr 和 tailPtr 會暫時都指向第一個 node */
        } else {
            (*tailPtr)->nextPtr = newPtr;
        }
        *tailPtr = newPtr;
    } else {
        printf("%c not inserted. No memory available.\n", val);
    }
}
```

dequeue ()

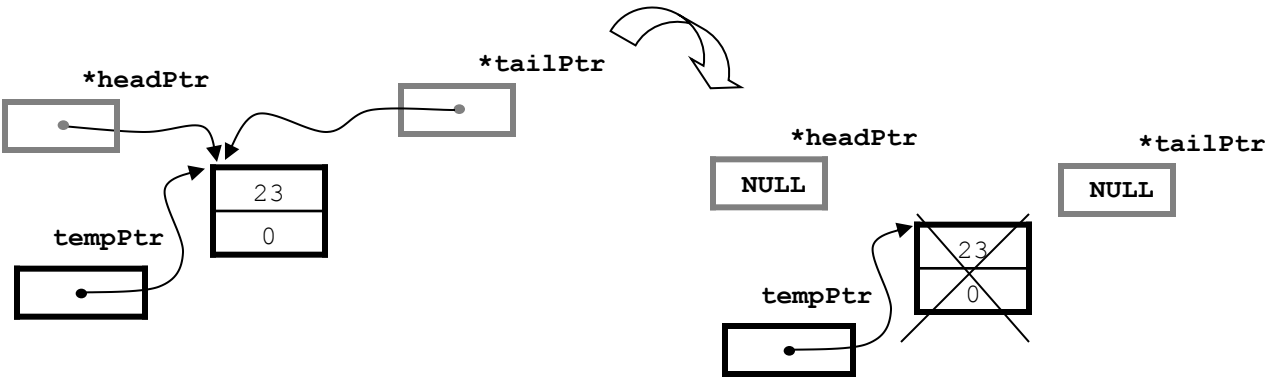
dequeue () 的動作很簡單：把 head 指標從第一個 node 移到第二個 node，然後把第一個 node 的空間釋放。同樣地，因為 head 指標一旦移動到第二個 node，第一個 node 的位址就沒有人記得，所以要先用 tempPtr 把第一個 node 的位址先記住，才能移動 head 指標。



```
int dequeue(struct t_node * *headPtr, struct t_node * *tailPtr)
{
    int val;
    struct t_node *tempPtr;
    if (*headPtr == NULL) return -1;
    val = (*headPtr)->data;
    tempPtr = *headPtr;
    *headPtr = (*headPtr)->nextPtr;

    if (*headPtr == NULL) {
        *tailPtr = NULL;
    }
    free(tempPtr);
    return val;
}
```

當只剩下一個 node 的時候， (*headPtr)->nextPtr 指到 NULL，所以執行 *headPtr = (*headPtr)->nextPtr; 之後 *headPtr 指向 NULL，在這種情況下 *tailPtr 也應該指到 NULL，回到 empty queue 的狀態。

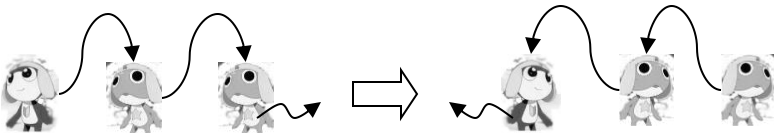


[練習 WE_08]

寫一個 function

```
void reverse(struct t_node * *headPtr, struct t_node * *tailPtr);
```

把 queue 反過來。



[練習 WE_08] (續)

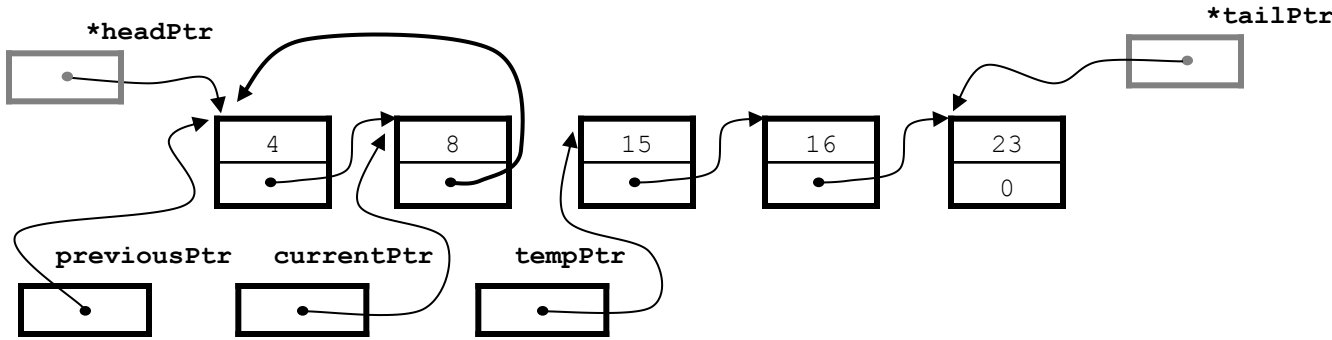
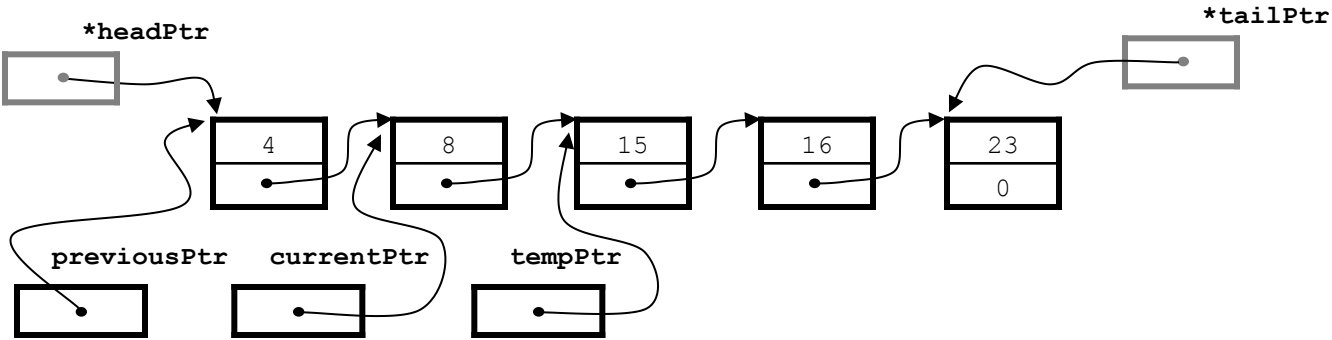
```
void reverse(struct t_node ** headPtr, struct t_node ** tailPtr)
{
    struct t_node *currentPtr;
    struct t_node *previousPtr;
    struct t_node *tempPtr;

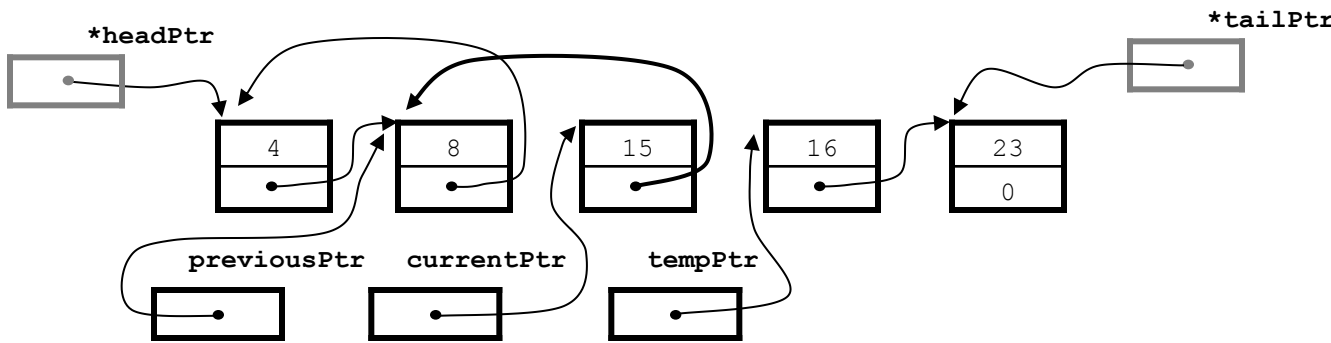
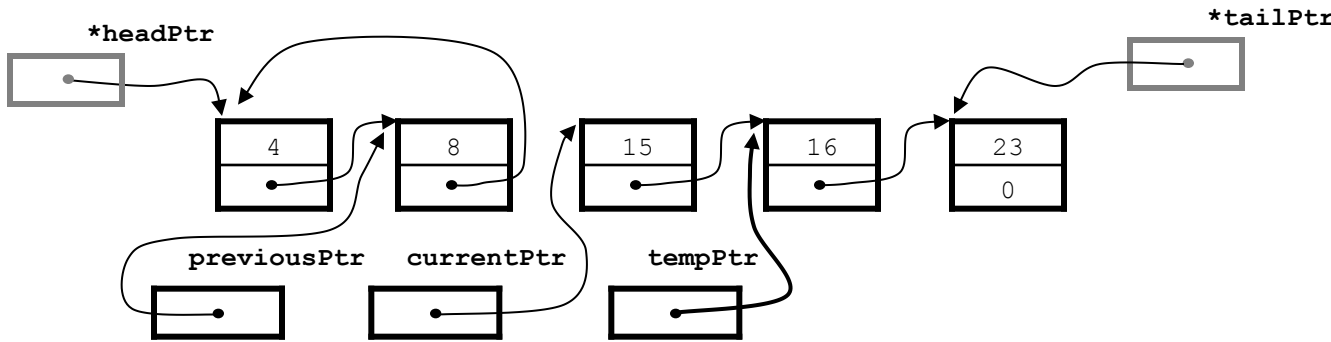
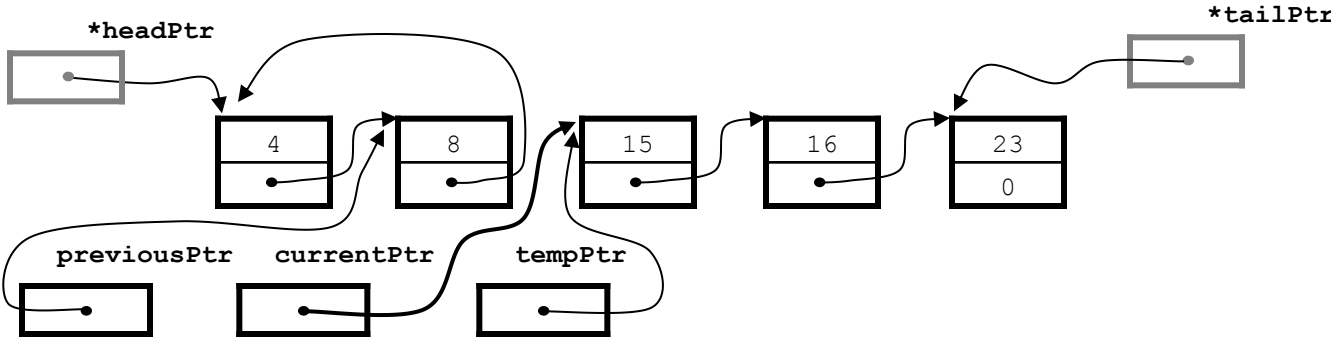
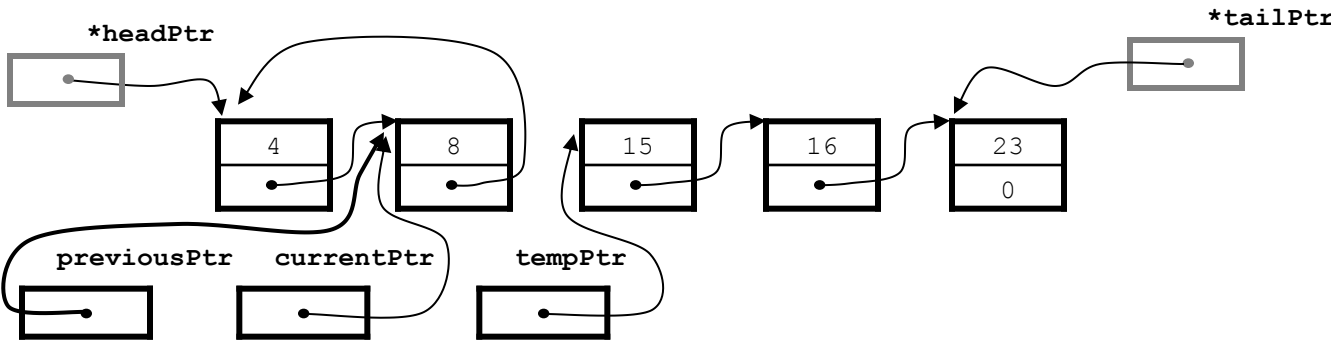
    if (*headPtr != *tailPtr) { /* 如果 queue 只剩一個 node, 或是 queue 是空的,
                                則 *headPtr 和 *tailPtr 會相等, 這時候並不需要做任何動作 */
        previousPtr = *headPtr;
        currentPtr = previousPtr->nextPtr; /* previousPtr `currentPtr 指到相鄰 nodes */

        while(currentPtr != *tailPtr) {
            tempPtr = currentPtr->nextPtr; /* 先記住下一個 node 的位址 */
            currentPtr->nextPtr = previousPtr; /* 記住後更改指標 讓牠往回指 */
            previousPtr = currentPtr; /* previousPtr 往下移動一個 node */
            currentPtr = tempPtr; /* currentPtr 也往下移到剛才記住的位址 */
        }
        (*tailPtr)->nextPtr = previousPtr; /* 迴圈結束後還要再收尾
                                           把原本指到 null 的指標改指到前一個 node */

        tempPtr = *tailPtr; /* swap 步驟又來了 */
        *tailPtr = *headPtr;
        *headPtr = tempPtr;

        (*tailPtr)->nextPtr = NULL; /* 把新的 *tailPtr 的 nextPtr 指到 NULL */
    }
}
```

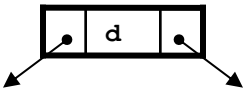




Trees

終於要介紹 trees 這種有趣的資料結構。大家以後學 data structures 和 algorithms 的時候會遇到各式各樣奇怪的樹，在這裡我們只簡單介紹 binary search trees (二元搜尋樹)，從名字可看出 binary search trees 其實是 binary trees 的一種特例。所謂 binary trees 是指每個 node 最多可以有兩個指標指向別 nodes，我們必須稍微修改

```
struct t_node 的宣告：
    struct t_treeNode {
        struct t_treeNode *leftPtr;
        int data;
        struct t_treeNode *rightPtr;
    };
```



所以一個 binary tree 的每個節點都長得像 struct t_treeNode 這樣的結構，也就是除了有 data 欄位儲存資料之外，還包含了兩個指向 struct t_treeNode 的指標。

[回顧]

指標變數，用來記錄記憶體位址，在32-bit 定址系統下，每個指標變數都用 4 bytes 來記錄某個記憶體位址。

既然都是 4 bytes，為什麼指標變數還要有型別，譬如 struct t_treeNode *leftPtr;？這是因為我們對指標變數本身並不是很感興趣，比較在乎的是指標變數所記錄的那個記憶體位址裡面所存放的資料，但是指標變數記錄的只是資料的開頭位址，到底資料本身有多大，就要靠資料的型別來決定。另外當我們對指標變數作加減的運算時，也必須靠資料的型別才能知道 leftPtr+1 這樣的動作到底會移動多少位址。

當我們使用 leftPtr 的時候，我們得到的是 leftPtr 這個變數裡面的值，也就是某個記憶體位址。當我們使用 *leftPtr 的時候，我們得到的是 leftPtr 所記錄的那個記憶體位址的記憶體裡面所存放的資料。當我們寫 rightPtr = leftPtr; 我們的意思是 把 leftPtr 所記錄的「記憶體位址」複製給 rightPtr，所以 rightPtr 和 leftPtr 就會記錄了相同的位址。當我們寫 *rightPtr = *leftPtr; 我們的意思是 把 leftPtr 所記錄的「記憶體位址裡面的資料」複製到 rightPtr 所記錄的記憶體位址的記憶體裡面。

用圖書館的比喻，假設我想介紹你看一本書，我可以告訴你請到第幾樓的第幾個書櫃的第幾層，找出第幾本書來看。另一種可能是我自己去把那本書找出來，然後影印一本（違法，不過這只是比喻），然後放到你的書櫃裡面。

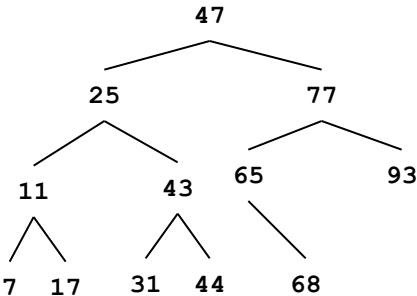
所以當我們說把某個指標指到另一個指標所指的位址，意思是把指標變數記錄的「記憶體位址」複製給另一個指標變數。如果能牢記這一點，再回頭看看 linked lists、stacks、queues 這些動態資料結構的加入和刪除的動作，應該會比較容易想通。

我們已經學過使用 malloc() 來取得記憶體，用 free() 來釋放記憶體。假設你用 malloc(sizeof(int)*80); 取得了一大塊記憶體，你要怎麼使用這塊記憶體呢？他並沒有一個像是 a[] 或 x 之類的名字，那要怎麼把資料存到這塊記憶體中，或是到底該怎麼知道這塊記憶體在哪裡。由此可知 malloc() 必須傳回這塊記憶體的起始位址，這樣你就可以用一個指標變數把這個位址記起來，然後就可以透過這個指標找到這塊記憶體，然後存取裡面的資料。釋放記憶體也是一樣，只要告訴 free() 你想要釋放哪個位址的記憶體，譬如 free(leftPtr);，它就會找到那個位址，然後依照當初 malloc() 取得記憶體時留下的記錄，把該位址之後正確大小的記憶體區塊釋放。

Binary Search Trees

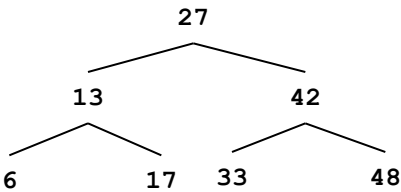
在開始寫程式產生 binary search trees 之前，先來看一個實際例子，並且了解一下它的定義。

- 1. 最上面的那個 node 稱作 root；root 只會指別人，不會被別人指。
- 2. 最下面的那些 node 稱作 leaf nodes；leaf nodes 只會被指，不會指別人
- 3. 相連的 nodes 之間的關係: 指別人的稱作 parent，被別人指的稱作 child。
- 4. 每個 node 左右兩邊連著的通常被稱作 left subtree 左子樹和 right subtree 右子樹。
- 5. Binary search trees 的特性是對任意一個 node 來說牠的左子樹每個 node 的值都比牠小，而右子樹每個 node 的值都比牠大。



如何走訪一個 Binary Search Tree 的每一個 Node ?

preorder (中左右): 27 13 6 17 42 33 48
inorder (左中右): 6 13 17 27 33 42 48 (相當於做排序)
postorder (左右中): 6 17 13 33 48 42 27



[bst.c]

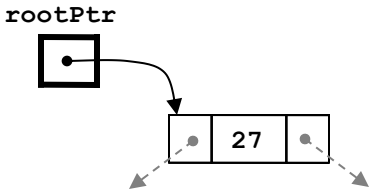
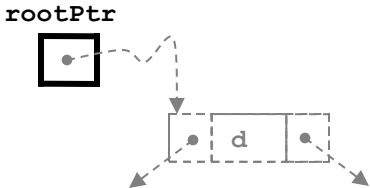
```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
struct t_treeNode {
    struct t_treeNode *leftPtr; /* 指向左子樹 (記錄左子樹的 root 的位址) */
    int data;
    struct t_treeNode *rightPtr; /* 指向右子樹 (記錄右子樹的 root 的位址) */
};
typedef struct t_treeNode TreeNode; /* 為了方便 替 struct t_treeNode 取個新名字 */
typedef TreeNode *      TreeNodePtr; /* 替 TreeNode* 也取一個新名字，可以避免使用兩個星號 */

void insertNode(TreeNodePtr *treePtr, int value); /* 參數使用 call-by-reference */
void inOrder(TreeNodePtr treePtr);
void preOrder(TreeNodePtr treePtr);
void postOrder(TreeNodePtr treePtr);

int main( void )
{
    TreeNodePtr rootPtr = NULL;

    insertNode(&rootPtr, 27);
    insertNode(&rootPtr, 42);
    insertNode(&rootPtr, 13);
    insertNode(&rootPtr, 6);
    insertNode(&rootPtr, 33);
    insertNode(&rootPtr, 48);
    insertNode(&rootPtr, 17);

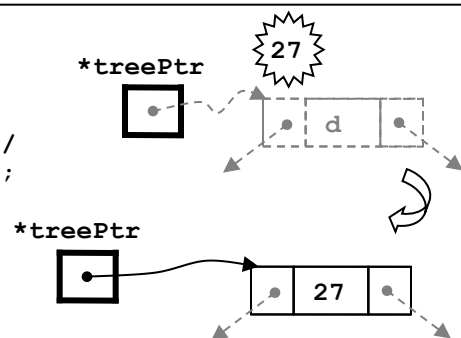
    printf("\n\nThe preOrder traversal is:\n");
    preOrder(rootPtr);
    printf("\n\nThe inOrder traversal is:\n");
    inOrder(rootPtr);
    printf("\n\nThe postOrder traversal is:\n");
    postOrder(rootPtr);
    return 0;
}
```



```

/* 用 recursive 方式加入新的 node */
void insertNode(TreeNodePtr *treePtr, int value)
{
    if (*treePtr == NULL) { /* *treePtr 記錄的位址是 NULL */
        *treePtr = (TreeNodePtr)malloc(sizeof( TreeNode ));
        if (*treePtr != NULL) {
            (*treePtr)->data = value;
            (*treePtr)->leftPtr = NULL;
            (*treePtr)->rightPtr = NULL;
        }
    }
    else {
        printf("%d not inserted. No memory available.\n", value);
    }
    else {
        if (value < (*treePtr)->data) {
            insertNode(&((*treePtr)->leftPtr), value);
        }
        else if (value > (*treePtr)->data) {
            insertNode(&((*treePtr)->rightPtr), value);
        }
        else { /* 如果要放入的值重複 (已經在 tree 裡面) 就不再放入 */
            printf("重複");
        }
    }
}

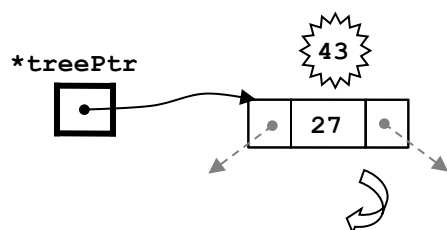
```



```

/* 用 recursive 方式走完一個 tree */
void inOrder(TreeNodePtr treePtr)
{
    if (treePtr != NULL) {
        inOrder(treePtr->leftPtr);
        printf("%3d", treePtr->data);
        inOrder(treePtr->rightPtr);
    }
}

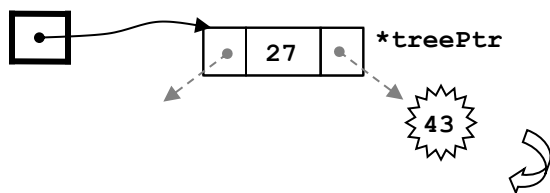
```



```

void preOrder(TreeNodePtr treePtr)
{
    if (treePtr != NULL) {
        printf("%3d", treePtr->data);
        preOrder(treePtr->leftPtr);
        preOrder(treePtr->rightPtr);
    }
}

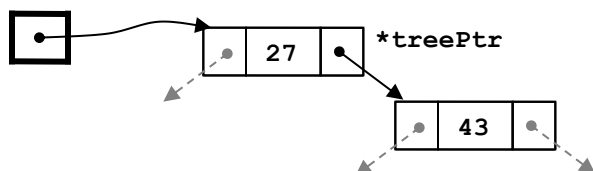
```



```

void postOrder(TreeNodePtr treePtr)
{
    if (treePtr != NULL) {
        postOrder(treePtr->leftPtr);
        postOrder(treePtr->rightPtr);
        printf("%3d", treePtr->data);
    }
}

```



[練習 WE_09]

前面介紹的 binary search tree 不允許重複的值出現，每個 node 存放的值都不一樣。如果要把它改成可以允許重複的值，可以在 `struct t_treeNode` 多加一個欄位來記錄重複的次數，這樣做會多佔用一些空間，你可以想想看有沒有其他作法。另外還有一個問題是如何寫 `deleteNode()`，可以傳入某個值，把存放這個值的 node 刪除。

```
int deleteNode(TreeNodePtr *treePtr, int value);
```

關鍵在於如何把斷掉的樹接起來。