

國立清華大學

碩士論文

水平熱板上過渡性自然對流之熱傳研究

**Transitional Natural Convection Heat Transfer on
Upward-Facing Horizontal Surfaces**

學系：動力機械工程學系碩士班 組別：熱流組

學號姓名：9633509 謝宛婷 (Hsieh, Wang-Ting)

指導教授：王訓忠教授

中華民國九十八年七月

摘要

本研究以數值方法模擬水平加熱平板上方在自然對流情況下之流場特性，且詳細探討穩定過渡性流場(transitional flow)之流場特徵。研究中使用非結構四面體網格建立網格模型，以商用軟體 Fluent 進行模擬計算，第一部份模擬長寬比很大以致整體可視為二維性流場之長方形水平加熱板，第二部份模擬正方形加熱水平平板，計算結果發現當流體流經平板上方一段臨界距離後，即開始發展出垂直於加熱表面邊緣規則排列的平行條狀過渡性流場，且在平板表面上會形成許多高低溫相間的條狀溫度分布，本研究進一步評估此現象對水平板之自然對流效能的影響，計算出平板表面溫度分布、過渡性流場開始之臨界 Rayleigh 數、局部與平均 Nusselt 數，所得之計算結果均與前人之實驗結果相近。

目 錄

摘要	ii
目錄	iii
表目錄	v
圖目錄	vi
符號表	ix
第一章 序論	1
1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 研究目的	11
第二章 理論基礎與數值方法	19
2.1 物理模型	19
2.2 數學模型	20
2.2.1 Boussinesq 近似法	21
2.2.2 統御方程式	22
2.2.3 邊界條件	22
2.2.3.1 二維長方形水平板的模型	22
2.2.3.2 正方形水平板的模型	24
2.3 數值方法	25

2.3.1 速度與壓力求解方案	26
2.3.1.1 SIMPLE演算法	27
2.3.2 其餘離散化計算方案	28
2.3.3 相關參數	29
2.4 模擬參數	29
2.4.1 通用參數	29
2.4.2 變因參數	30
2.4.2.1 二維長方形水平平板	30
2.4.2.2 正方形水平平板	30
2.5 網格建立與格點測試	31
2.5.1 二維長方形水平平板	31
2.5.2 正方形水平平板	34
第三章 二維長方形水平平板之結果與討論	43
第四章 正方形水平平板之結果與討論	58
第五章 結論與未來方向	70
5.1 結論	70
5.2 未來方向	71
參考文獻	72

表目錄

表 2.1 數值方法之獨立符號表.....	38
表 2.2 SIMPLE 中使用係數.....	38
表 2.3 二維長方形水平板模型計算範圍測試之結果.....	39
表 2.4 二維長方形水平板模型格點測試之結果 (1).....	39
表 2.5 二維長方形水平板模型格點測試之結果 (2).....	40
表 2.6 正方形水平板模型格點測試之結果.....	40



圖目錄

圖 1.1 不同 Ra 值的水平向上擺設正方形加熱板周圍之流場 [3].....	13
圖 1.2 不同 Ra 值的水平向上擺設長方形、三角形及圓形加熱板周圍 之流場 [3].....	14
圖 1.3 水平向上擺設正方形加熱板流場及對流熱傳係數隨區域分割 [7].....	14
圖 1.4 正方形加熱板中線處局部對流熱傳係數與距離的關係 [7]..	15
圖 1.5 不同長度相同寬度之長方形加熱板其長度與平均散熱係數之 關係 [7].....	15
圖 1.6 水平向上擺設正方形加熱板上方流場的溫度分佈 [8].....	16
圖 1.7 以對流熱傳係數和距離之關係分隔出不同特性的流場 [10].	16
圖 1.8 不同板寬加熱板之平板表面溫度分佈 [10]	17
圖 1.9 流場分離之現象與分離位置和熱通量之關係圖 [10].....	18
圖 2.1 二維長方形水平板之計算模型.....	41
圖 2.2 正方形水平版之計算模型.....	41
圖 2.3 Segregated Solution Method 求解流程 [14].....	42
圖 2.4 網格分佈示意 [15].....	42
圖 3.1 不同 Ra^* 值之情況下模擬之加熱平板與 Kitamura and Kimura [10]實驗之平板的平板表面溫度分佈形式	50

圖 3.2	$Ra^*=8.2\times 10^6$ ($W/2 = 10$ mm, $q_w=1625$ W/m ²)時之流線圖，圖中之顏色代表溫度之變化.....	51
圖 3.3	$Ra^*=3.1\times 10^7$ ($W/2 = 15$ mm, $q_w=1214$ W/m ²)時之流線圖，圖中之顏色代表溫度之變化.....	51
圖 3.4	$Ra^*=5.5\times 10^8$ ($W/2 = 25$ mm, $q_w=2792$ W/m ²)時之流線圖，圖中之顏色代表溫度之變化.....	52
圖 3.5	不同角度之 $Ra^*=3.9\times 10^{10}$ ($W/2 = 50$ mm, $q_w=1871$ W/m ²)時之流線圖	54
圖 3.6	不同熱通量之加熱底板($W=100$ mm)其模擬結果與實驗結果之過渡性流場開始位置 S 比較.....	55
圖 3.7	不同熱通量之加熱底板($W=100$ mm)其模擬結果與實驗結果之平板上平均條形胞狀區域間之距離 λ 比較	55
圖 3.8	不同板寬之平板以 q_w 為 3000W/m ² 之熱通量加熱模擬結果與 Kitamura and Kimura [7]實驗結果之局部對流熱傳係數變化比較	56
圖 3.9	模擬結果與 Kitamura and Kimura [7]實驗結果之 Nu_s 對於 Ra_s^* 之比較	56
圖 3.10	模擬結果與 Kitamura and Kimura [7]實驗結果之 Nu 對於 Ra^* 之比較	57

圖 4.1 正方形加熱平板上方 2mm 高處之溫度分布圖	64
圖 4.2 $Ra = 3.9 \times 10^6$ ($W/2=50\text{mm}$ 、 $T_w-T_\infty=40^\circ\text{C}$) 時之流線圖，流線之 顏色表示其溫度變化.....	65
圖 4.3 $Ra = 3.1 \times 10^7$ ($W/2=100\text{mm}$ 、 $T_w-T_\infty=40^\circ\text{C}$) 時之流線圖，流線 之顏色表示其溫度變化.....	66
圖 4.4 縮減之正方形平板計算模型(計算平板面積改為實際面積之 1/8).....	67
圖 4.5 $Ra = 3.1 \times 10^7$ ($W/2=100\text{mm}$ 、 $T_w-T_\infty=40^\circ\text{C}$)時，縮減計算模型尺 寸與原尺寸計算結果之局部對流熱傳係數比較	67
圖 4.6 不同尺寸平板以同溫度加熱與改變計算鬆弛因子模擬結果之 局部對流熱傳流係數變化比較.....	68
圖 4.7 寬 200mm 之正方形水平板以不同溫度加熱之模擬結果與 Yousef et.al. [8]實驗結果之 Nu_s 對於 Ra_s 之比較	68
圖 4.8 模擬結果與 Yousef et.al. [8]實驗結果之 Nu 對於 Ra 之比較...	69

符號表

A_a	正方形平板之實際面積
A_c	正方形平板之計算面積
g	重力加速度
h_m	平均對流熱傳係數, $q_w/(T_{wm}-T_\infty)$
h_s	局部對流熱傳係數, $q_w/(T_{ws}-T_\infty)$
k	熱傳導係數
L_c	計算區域中平板長度
Nu	平均 Nusselt 數, $h_m W/k$
Nu_s	局部 Nusselt 數, $h_s s/k$
p	靜壓
P_0	總壓
p_∞	外部參考壓力
q_w	施加於平板之熱通量
q_{rad}	平板表面之單位面積熱輻射量
Ra	平均 Rayleigh 數, $g\beta W^3(T_w - T_\infty)/\alpha\nu$
Ra_s	局部 Rayleigh 數, $g\beta s^3(T_w - T_\infty)/\alpha\nu$
Ra^*	平均 modified Rayleigh 數, $g\beta W^4 q_w / \alpha\nu k$
Ra_s^*	局部 modified Rayleigh 數, $g\beta s^4 q_w / \alpha\nu k$
S	過渡性流場開始位置距平板邊緣之距離
s	流體由平板邊緣往平板中心方向流動之距離
T	溫度



T_{sur}	環境溫度
T_{∞}	外部參考溫度
u, v, w	在 x, y, z 方向上的速度
W	平板寬度
x, y, z	座標方向

Greek Symbols

α	熱擴散率
β	熱膨脹係數
ε	平板表面放射率
λ	平板上平均條形胞狀區域間之距離
ν	動黏滯係數
ρ	密度
ρ_{∞}	外部參考密度
σ	史蒂芬-波茲曼定律常數, $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

Subscripts

m	平均值
s	平板邊緣往平板中心方向之局部位置
w	底板

第一章 序論

1.1 前言

近年來，電子設備與產品不斷朝著高效能與微小化發展，由於發熱量愈來愈大，但礙於產品體積的限制，散熱面積不允許隨晶片發熱量的增加而對應增大，甚至還為了短小輕薄的討喜設計反而使散熱面積不增反減，而且大部分的電子元件，如 CPU 晶片、LED 等，都有其操作溫度範圍，高於該範圍便會使得元件的效能與壽命大大減低；因此，必須透過散熱設計將微小面積所產生的大量的熱移轉至周圍空氣，故而電子裝備的散熱技術將是推進電子技術更往前邁進的重要關鍵，其相關研究近年亦逐漸受到廣泛重視。

目前電子散熱元件分為主動式與被動式散熱。主動式散熱元件，就是要透過供電來解決散熱的問題，比較常見的是利用風扇產生強制對流使空氣流經鰭片而將熱吸收並移除至周圍空氣中。但若遇到較為嚴苛的環境條件，例如空間過於狹窄、操作過程中移動頻率高、放置於室外不便使用風扇（如 LED 路燈），則造成無法配置強制對流的熱交換器而必須仰賴自然對流的方式將熱移除。而被動式的散熱元件，就是以自然對流的方式，利用空氣隨溫度升高而密度降低的特性，在熱源上空氣受熱而密度降低造成周圍空氣的流動

而將熱移除至環境中，由於不需要電能也能進行散熱，這對今日逐漸講究的節能理念下格外受用，但此方式所能帶走的熱有限，所以通常必須同時利用熱輻射散熱，在使用的範疇上也以低發熱量元件或較為嚴苛的環境條件為主，散熱元件如散熱鰭片(heat sink)、熱管(heat pipe)等。

對於高發熱量卻具有嚴苛環境條件的元件，我們必須努力提昇自然對流的散熱效能，包括增加散熱面積、減少自然對流流阻等方式，而散熱面積較大、流阻較低的板狀或針狀鰭片陣列(針狀鰭片陣列)是目前自然對流研究領域極有興趣研究改良的主要對象。

水平擺設的加熱平板或鰭片熱沉的自然對流散熱具有廣泛的應用，其中水平加熱平板之自然對流流場特性與效能之探討，雖更具基礎意義，但目前的研究仍有所不足，本研究乃針對水平加熱平板之自然對流進行深入分析。

1.2 文獻回顧

以下是關於水平擺設加熱平板之流場及熱傳研究之文獻整理。

最早關於水平加熱板向上擺設之 Nu 與 Ra 關係的經驗公式研究的資料來自 1950 年 Fishenden and Saunder [1] 探討正方形加熱平板的結果，其經驗公式如下：

$$\text{層流： } Nu = 0.54Ra^{1/4} \quad 10^5 < Ra < 2 \times 10^7$$

$$\text{紊流： } Nu = 0.14Ra^{1/3} \quad 2 \times 10^7 < Ra < 3 \times 10^{10}$$

而 Bosworth [2] 亦在 1952 年提出相關的經驗公式如下：

$$\text{層流： } Nu = 0.71Ra^{1/4} \quad 10^5 < Ra < 10^8$$

$$\text{紊流： } Nu = 0.17Ra^{1/3} \quad 10^8 < Ra$$

由於兩者預測值的差異達 20-30%，後人除關注於水平加熱平板上方所造成的自然對流流場的觀察，也勤於驗證 Nu 與 Ra 之間的關係式究竟為何。

關於水平擺設流場的觀察，在 1968 年時，Husar and Sparrow [3] 曾提出對不同形狀之水平向上受熱表面周圍的自然對流流場觀察，該研究利用加熱線圈加熱觀測表面，並利用電極加電壓使得加熱表面產生氧化還原反應而改變加熱表面周圍流體之 ph 值，藉由加了 ph 值試劑的工作流體之變色來觀察加熱表面流場之變化。研究結果發現，以正方形加熱表面為例，對角線就猶如分隔線一般，流場會沿對角線被分為四個區域，如圖 1.1 所示。在各個區域中，氣流會垂直於底板邊緣、彼此平行的進入加熱表面上方；而當接近分隔線時流體就會被捲入垂直上升的氣流，而不會跨越分隔線進入另一個區域，然而隨著上升氣流的路徑較為紊亂而蜿蜒，所謂的分隔線就會變的較多變而彎曲甚至不明顯，在低 Ra 值的中心區或高 Ra 值的大

部分區域都有這種現象。不過整體而言，由分隔線分割的區塊彼此猶如鏡像反射，有著極相似的對稱流場。而在其他形狀如長方形、三角形、圓形，也有類似的情況發生，如圖 1.2 所示，只是隨著幾何條件的不同而略有改變現象如分隔線的分佈方式不同。

觀察此研究結果中不同形狀之流場，發現當 Ra 約介於 4×10^7 和 10^8 之間時，加熱面上方皆出現許多垂直於加熱表面邊緣排列的條狀上昇氣流，如圖 1.1、圖 1.2 所示，而當 Ra 更大時，由圖中可看出此垂直於加熱表面邊緣之次區域下游已發展成紊流場；當 Ra 較小時，則無此現象發生，故可研判此條狀規則排列的次區域，應是氣流處於過渡流(transitional flow)之下的產物。

而在 1969 年，Rotem and Claassen [4] 將加熱平板放置於一密閉之操作空間中，並在平板表面不同位置共放置四個熱電偶以確認平板表面具有近似均勻之溫度，其觀察到氣流由平板邊緣流往平板中心時，會先於平板上方形成層流邊界層，在經過一段距離後產生分離，而流至平板中心線處附近時，會與對向之氣流發生碰撞因而產生許多不穩定的大漩渦。

1970 年時，Hassan and Mohamed [5] 觀察均勻溫度之水平向上加熱平板實驗，發現平板上方之局部(local)熱通量與距離的變化在平板中心區域的部份是幾乎不變動的，而在靠近平板邊緣區域則如同層流

流場會隨邊界層的增加而降低，該研究並指出局部熱通量最低處即為流場發生分離處。

而在 1972 年，Goldstein et. al. [6] 利用不同形狀或尺寸的樟腦試片向上擺設，藉由測試體表面樟腦的昇華量來觀察 Sh 與 Ra_m 之間的關係，並整理過去關於 Sh 與 Ra_m 和 Nu 與 Ra 關係式的研究，和該研究實驗成果進行比較。由於 Sh 與 Ra_m 和 Nu 與 Ra 具有相同係數與型式的關係式，因此該研究所得到的結果亦能使用於推斷水平向上擺設的平板的 Nu 值與 Ra 的關係式。該研究所得到的結果略大於 Bosworth [2] 所得到的結果。但該研究認為原有認定以正方形板之邊長、矩形板之短邊邊長和圓形之直徑為特徵長度的方式不盡理想，為面對更多不同形狀的加熱平板，該研究提出了新的特徵長度定義 $L^* = A/P$ ，對正方形平板而言，新的特徵長度會是原本的 1/4，該定義也被許多教科書所採用，然而一般教科書往往在採用該特徵長度定義時，卻採用 Fishenden and Saunder [1] 根據原有一般特徵長度定義所提出的公式。依照新的特徵長度定義，該研究根據實驗結果提出以下公式：

$$Sh = 0.59Ra_m^{1/4} \quad Ra_m < 200$$

$$Sh = 0.96Ra_m^{1/6} \quad Ra_m > 200$$

該研究亦指出，在過去的經驗公式中 Nu 多以 $Ra^{1/4}$ 形式表達，和

以邊界層理論分析所得的「 Nu 應以 $Ra^{1/5}$ 形式表達」的期待不同，實驗結果也都高於邊界層理論分析的結果；在較低 Ra 值的區域，過去以有限差分法所得到的數值結果也遠低於實驗結果。

1976 年，Al-Arabi et. al. [7] 則根據 Husar and Sparrow [3] 關於流場的觀察，提出了流場可以切割成數個區塊，對稱的區塊則有相似的散熱係數，根據這樣的特性可以分為靠近邊緣區域的 h_e 、中心區域的 h_i 、靠近角落區域的 h_c ，如圖 1.3 所示。該研究以持續通入蒸氣的實驗方法維持加熱平板的均勻溫度，以不同尺寸及形狀的加熱平板進行實驗，在正方形加熱平板方面，研究結果發現在加熱平板的中心切線表面可以得到如圖 1.4 的局部散熱係數與距離的變化，在中心區域的部份 h_i 是幾乎不變動的，而在靠近邊緣區域的 h_e 則如一般邊界層發展時 h 的變化，此與 Hassan and Mohamed [6] 所觀察到之現象極為相似，而 Al-Arabi et. al. [7] 並指出當 $Ra_s < 2 \times 10^5$ 時仍為層流區域，而當 $Ra_s > 3.8 \times 10^6$ 就進入了紊流區域。

該研究並提出長方形平板應以較短的邊長作為特徵長度。其以不同長度相同寬度(150mm)的長方形平板進行實驗，發現這些平板可得到一相近的平均散熱係數(誤差在 $\pm 12\%$)，如圖 1.5。由於在靠近短邊的熱傳相對於長邊而言甚小，甚至可以忽略，因此改變長方形平板長度對於平均散熱係數並無太大的影響，故可推論長方形平板

應以短邊邊長作為特稱尺度較為適當。

該實驗結果發現加熱板不論是正方形、圓形或長方形，皆得到近似之 Nu 與 Ra 的關係式，其所得平均的 Nu 值公式如下：

$$\text{層流： } Nu = 0.7Ra^{1/4} \quad 2 \times 10^5 < Ra < 4 \times 10^7 \quad \pm 14\%$$

$$\text{紊流： } Nu = 0.155Ra^{1/3} \quad 4 \times 10^7 < Ra \quad \pm 12\%$$

該研究對層流的結果與Bosworth [2]等人提出的經驗公式較為接近，而與一般教科書常引用的Fishenden and Saunder [1] 的結果有30%的差距；而在紊流的部份則各有11%的誤差。

同樣關於水平向上擺設的加熱平板的經驗公式研究，1982年時Yousef et.al. [8]認為加熱板上方的氣流溫度分佈可能因擾動而有震盪不連續的現象，因此以干涉儀量測正方形加熱平板上方的氣流溫度分佈，配合加熱板溫度之量測，而取得局部的 Nu_s 與平均的 Nu 值。該研究獲得大量的實驗資料而提出了以下的經驗公式：

$$\text{層流： } Nu_s = 0.297Ra_s^{1/4} \quad 200 < Ra_s < 6 \times 10^3 \quad \pm 6\%$$

$$Nu = 0.622Ra^{1/4} \quad 3 \times 10^6 < Ra < 4 \times 10^7 \quad \pm 20\%$$

$$\text{紊流： } Nu_s = 0.146Ra_s^{1/3} \quad 6 \times 10^3 < Ra_s < 5 \times 10^6 \quad +8.6 \& -12.7\%$$

$$Nu = 0.162Ra^{1/3} \quad 4 \times 10^7 < Ra \quad \pm 10.5\%$$

研究中發現加熱平板上的流場紊亂（如圖 1.6），流場溫度隨機性的變動很大，使得其 Nu_s 值可以偏離公式達 45%或-35%，而其經驗公式的產生，實際上是排除了這些隨機性的大幅度變動，也因此

所推得的公式雖有大量資料的累積且具高可靠度，但其實是無法反映出實際現象中這樣的氣流溫度隨機變動的。此外，該研究亦指出，他們所判別的層流區域遠比 Al- Arabi et. al. [7] 的 $Ra_s < 2 \times 10^5$ 要小很多，亦即其紊流的發生遠比他人的預期要早許多。

由以上的結果可以發現：由於平均的 Nu 值在該研究中是以 Nu_s 迭加而得的平均值，因此，在一般所認定的層流區域所得到的 Nu 值其實已經包含了一部份、甚至是大部分區域都是過渡流或紊流了。

Chien et.al. [9] 則在 1986 年以層流邊界層理論分析不同傾斜角度之加熱平板，得到平板以均勻溫度加熱所推論之經驗公式 Nu 應以 $Ra^{1/5}$ 形式表達，此與過去邊界層理論分析之結果相同，若以均勻熱通量加熱所推論之經驗公式 Nu 則應以 $Ra^{1/6}$ 形式表達，且兩者之誤差在 13~29%。然而，該研究對流場之行為並無特別闡述。

1995 年，Kitamura and Kimura [10] 採用水為工作流體，將平板以均勻熱通量加熱，兩側則以護欄隔絕，使水流只有從兩端引入，且加熱板的長寬比很大，流場特性近乎二維流場，該研究利用改變加熱平板的寬度 (20~1500mm) 和改變熱通量進而改變 Ra^* ，以液晶染色的方式進而觀察其溫度場、流場與局部和平均的對流熱傳係數之變化。研究發現流場隨進入加熱平板上方區域的距離增加，可以分為四個區域 (參見圖 1.7、1.8)：(1) 在接近邊緣處近於二維型態的

層流流場，此區在發生分離時結束並達到局部的對流係數最低處；

(2) 穩定但出現垂直於邊緣的平行條狀過渡性流場，此時對流熱傳係數開始上升並重新達到高峰；(3) 對流熱傳係數逐漸下降之過渡性流場；(4) 對流熱傳係數幾乎不變動的紊流區，該研究並指出，在平板中心處因兩股對向水流撞擊在一起，產生了小且密之局部變化強烈的流場，而使得局部對流係數些許上昇。此外，該研究在對流熱傳係數達到高峰後會微幅下降變動和前人研究結果(如圖 1.4)略有不同，但本研究認為這可能是之前的研究選取的觀測點不夠密集的緣故。

值得注意的是，其實驗中平板寬度為 50mm ($Ra^* = 5.5 \times 10^8$) 開始，溫度場出現明顯之垂直於邊緣的低溫平行條狀流場，平板表面呈現出週期性的條形胞狀區域(cellular stripes)，此與 Husar and Sparrow [3]所觀測到加熱面上方出現的許多垂直於加熱表面邊緣排列的平行條狀次區域(參考圖 1.1、圖 1.2)之圖樣型態十分相似，且該研究判定此為過渡流之流場特徵。

該研究亦指出，由流場觀測發現水流在進入加熱區域後不久(約 10~20mm)便產生過渡性分離現象，如圖 1.9 所示，亦即所謂層流的區域可能比前人所想的要短，而大部分研究結果可能其實都帶有部份過渡流或紊流。該研究亦根據實驗結果擬合出經驗公式，其結果

在熱通量和溫度差的帶換下與 Al-Arabi et. al. [7] 等人有相近的結

果。其公式如下所示：

$$\text{I. } Nu_s = 0.66Ra_s^{*1/6} \quad 10^2 < Ra_s^* < 10^6$$
$$Nu = 1.25Ra^{*1/6} \quad 1.6 \times 10^3 < Ra^* < 1.6 \times 10^7$$

$$\text{II. } Nu_s = 0.066Ra_s^{*1/3} \quad 10^6 < Ra_s^* < 5 \times 10^7$$
$$Nu = 0.04Ra^{*1/3} + 9.7 \quad 1.6 \times 10^7 < Ra^* < 8 \times 10^8$$

$$\text{III. } Nu_s = 0.7Ra_s^{*1/5} \quad 5 \times 10^7 < Ra_s^* < 8 \times 10^{10}$$
$$Nu = Ra^{*1/5} - 13.5 \quad 8 \times 10^8 < Ra^* < 1.3 \times 10^{12}$$

$$\text{IV. } Nu_s = 0.2Ra_s^{*1/4} \quad 8 \times 10^{10} < Ra_s^* < 10^{14}$$
$$Nu = 0.2Ra^{*1/4} + 37 \quad 1.3 \times 10^{12} < Ra^* < 1.6 \times 10^{15}$$

而在 1999 年，Pretot et al. [11] 以數值模擬一大封閉空間中二維均勻熱通量加熱平板在暫態及穩態下的流場，並以干涉儀量測實際流場和數值結果進行比對。其數值模擬的條件是在一長度為 100mm 的加熱板上通以均勻的熱通量（10~40W/m²）以 5mm 的水平網格、2mm 的垂直網格、1s 的時間間距計算之；其遠處的邊界設為與外界同溫的壁面，而隨著時間或熱通量的增加則必須拉大遠處的邊界範圍。其研究結果發現實驗與模擬結果有良好的相關性，再加熱區中間上方基本上會形成向上發展且向兩旁擴散的熱煙區，而隨著距離的升高，熱煙區的溫度則會漸漸降低，且其局部熱對流係數在加熱區邊緣有一最大值，隨著進入加熱平板上方區域的距離增加而變小，最後在加熱區中心處達一最小值。而根據其實驗以干涉儀量測

溫度分布的結果也發現，流場的溫度跳動很大、具有隨機性，並不具有數值計算結果的連續性。此外該研究採用的熱通量極低，大幅的減低了其流場的複雜性。

Huang et al. [12]在 2008 年將一水平擺設平板放置一可控制溫度之操作空間中，以電源供應器供電使加熱器由平板下方加熱平板，並在平板表面不同位置共放置九個熱電偶，來求得平板表面之平均溫度，並加入已知的熱通量大小計算出熱傳係數，進而得到一 Nu 與 Ra 之關係式近似為：

$$Nu = 0.7Ra^{1/4},$$

此與 Al-Arabi et. al. [7]等人推論在層流下的結果相符合。

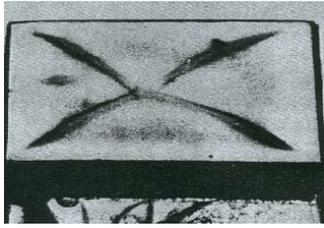
根據以上文獻，吾人研判水平擺設加熱平板在過渡流之流場下，加熱面上方會出現許多垂直於加熱表面邊緣規則排列的上昇氣流，而在溫度場方面則會出現明顯的垂直於邊緣的平行條狀低溫區域，且兩者顯現出之圖樣型態應互相吻合。然而，前人之研究中僅有 Kitamura and Kimura [10]以實驗方法詳細探討此特殊現象，因此本研究將以數值方法模擬前人的實驗狀況，希望能更深入探討此過渡性之平行條狀氣流場，並進一步評估此現象對自然對流效能的影響。

1.3 研究目的

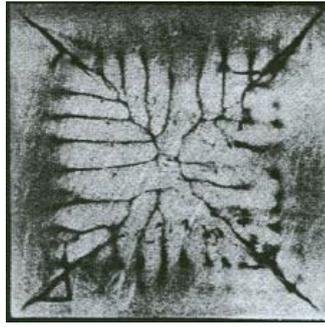
本研究希望利用數值模擬可獲得詳細速度與溫度流場的特性，深入探討過渡性流場之特性，並觀察各項要素對於流場與散熱性能造成的影響，以對前人實驗與數值模擬所得的結果提出更好的解釋，並期望能做為後人研究之基礎。

第一部份將以Kitamura and Kimura [10]實驗中自然對流下之長寬比很大且流場特性近乎二維流場（兩側以護欄隔絕，只有從兩端引入的水流）之長方形加熱水平平板做數值模擬，除驗證前人之實驗結果外，更深入探討該研究中於過渡流區域形成之垂直於加熱表面邊緣規則排列之氣流的流場特性，並分析此現象對熱傳性能的影響。

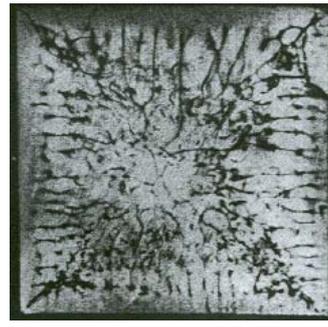
第二部分將以Yousef et.al. [8]研究中正方形之加熱平板尺寸作為數值模擬對象，探討在自然對流下三維之過渡流流場之流場特徵，且分析其熱傳特性，並與該研究之結果相比較。



$$Ra = 2 \times 10^6$$

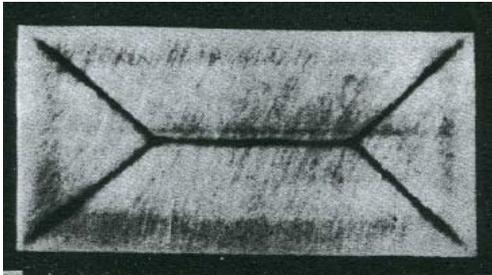


$$Ra = 1.5 \times 10^8$$

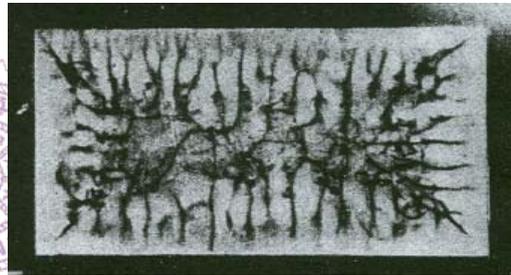


$$Ra = 5 \times 10^8$$

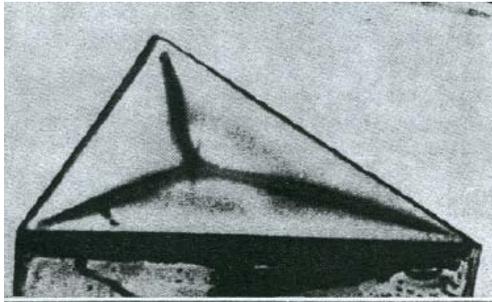
圖 1.1 不同 Ra 值的水平向上擺設正方形加熱板周圍之流場 [3]



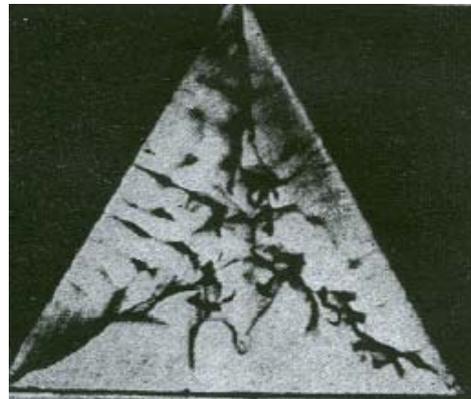
$$Ra = 2 \times 10^6$$



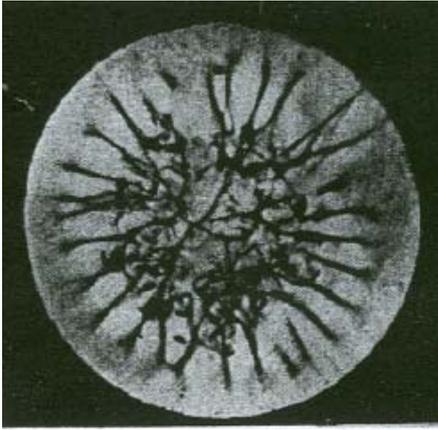
$$Ra = 4 \times 10^7$$



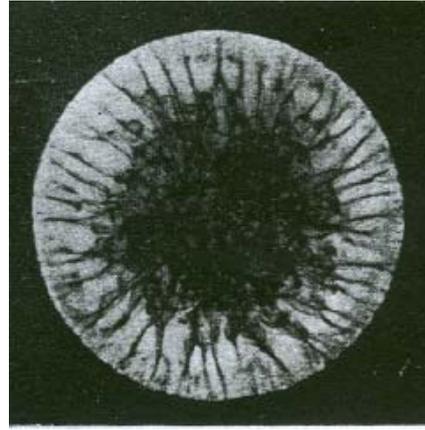
$$Ra = 2 \times 10^6$$



$$Ra = 4 \times 10^7$$



$Ra = 10^8$



$Ra = 3.5 \times 10^8$

圖 1.2 不同 Ra 值的水平向上擺設長方形、三角形及圓形加熱板周圍之流場 [3]

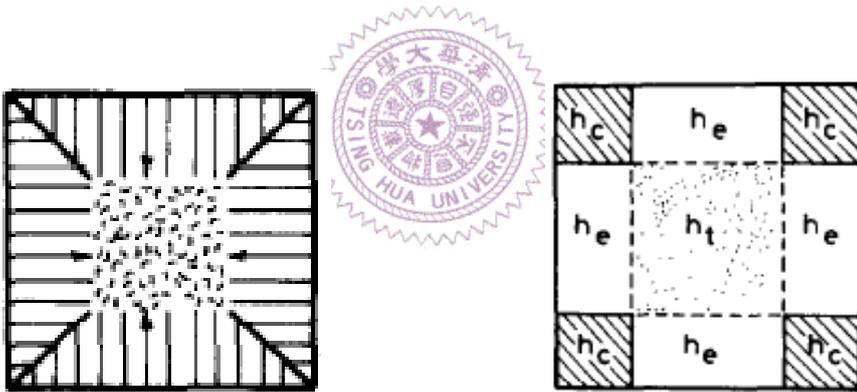


圖 1.3 水平向上擺設正方形加熱板流場及對流熱傳係數隨區域分割 [7]

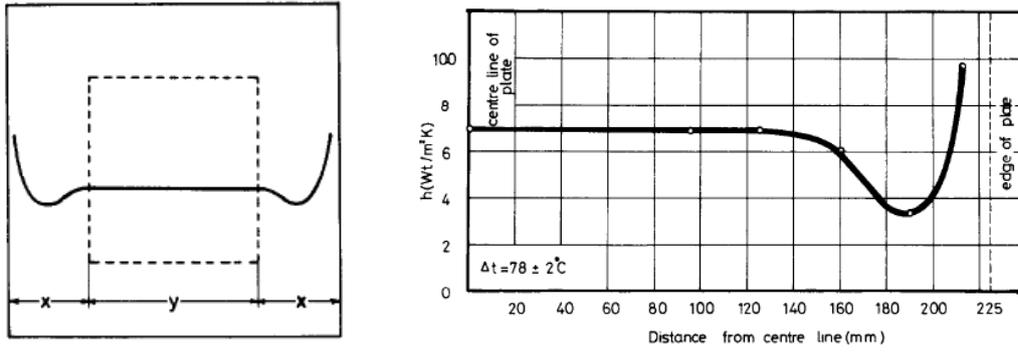


圖 1.4 正方形加熱板中線處局部的對流熱傳係數與距離的關係 [7]

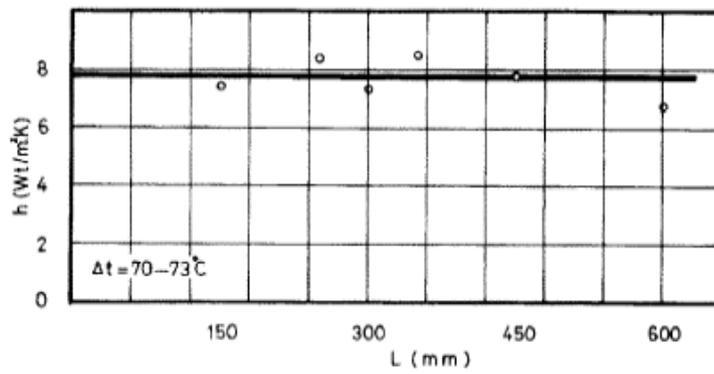
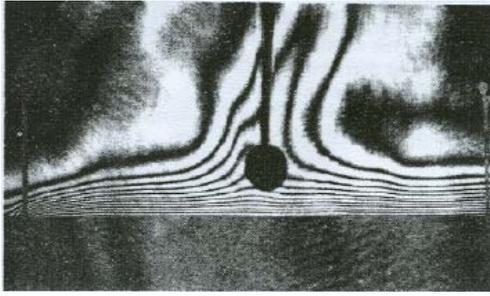
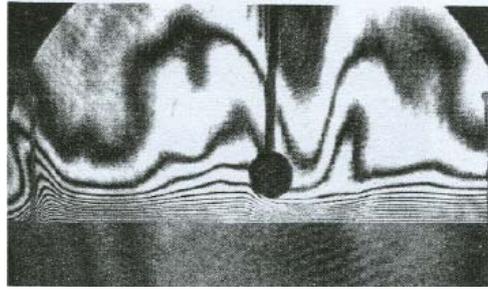


圖 1.5 不同長度相同寬度之長方形加熱板其長度與平均對流熱傳係數之關係[7]



$Ra = 2.1 \times 10^7$ (L=200mm)



$Ra = 2.9 \times 10^7$ (L=200mm)

圖 1.6 水平向上擺設正方形加熱板上方流場的溫度分佈 [8]

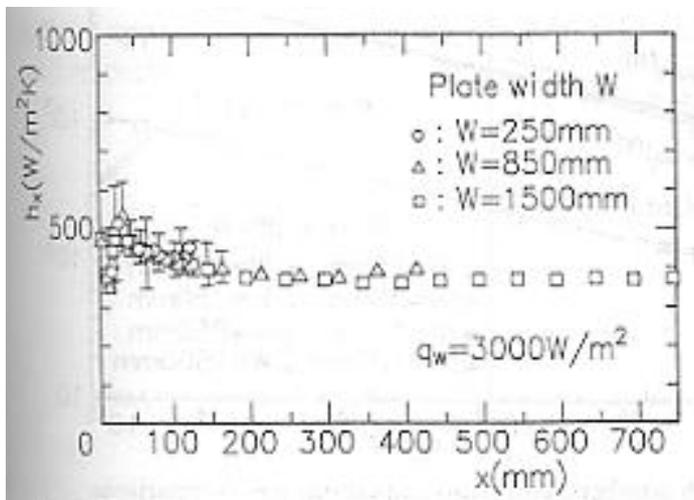
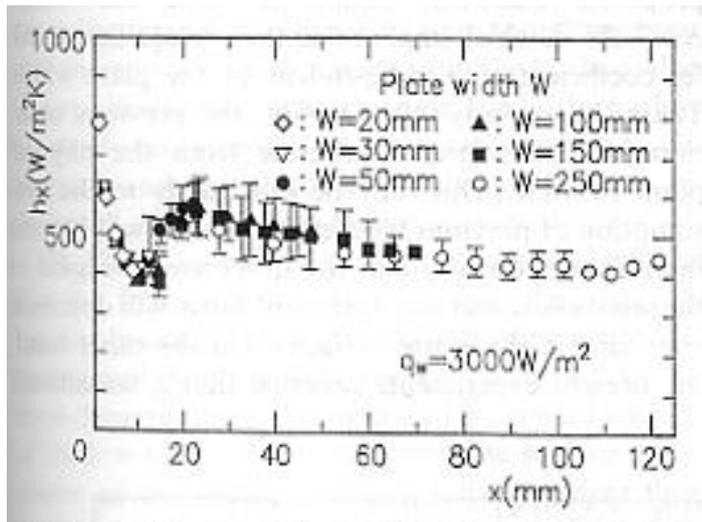


圖 1.7 以對流熱傳係數和距離之關係分隔出不同特性的流場 [10]

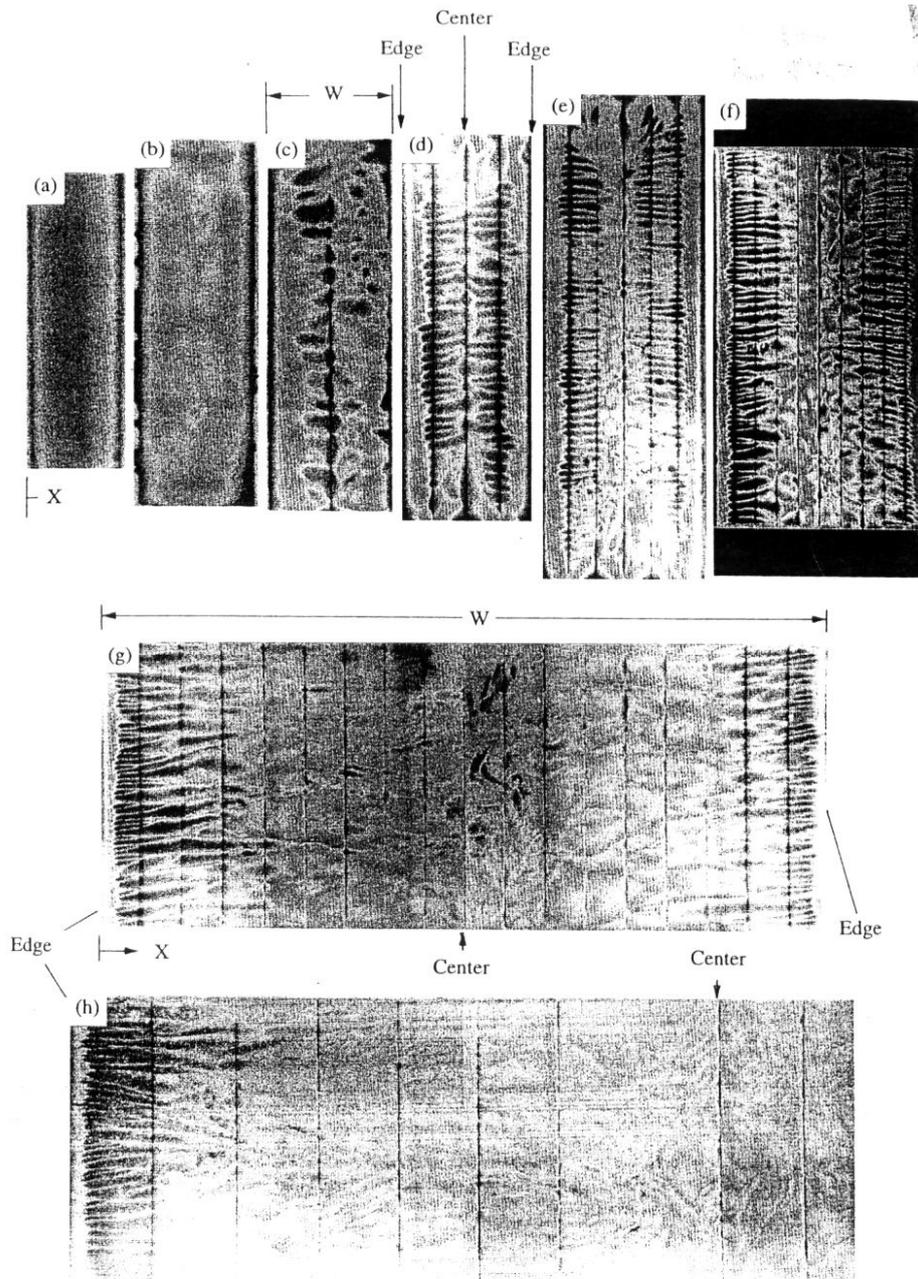


圖 1.8 不同板寬加熱板之平板表面溫度分佈：(a) $W=20mm, Ra^* = 8.2 \times 10^6$

(b) $W=30mm, Ra^* = 3.1 \times 10^7$ (c) $W=50mm, Ra^* = 5.5 \times 10^8$ (d) $W=100mm, Ra^* = 5.9 \times 10^9$

(e) $W=150mm, Ra^* = 3.9 \times 10^{10}$ (f) $W=250mm, Ra^* = 3.1 \times 10^{11}$

(g) $W=850mm, Ra^* = 4.3 \times 10^{13}$ (h) $W=1500mm, Ra^* = 4.3 \times 10^{14}$ [10]

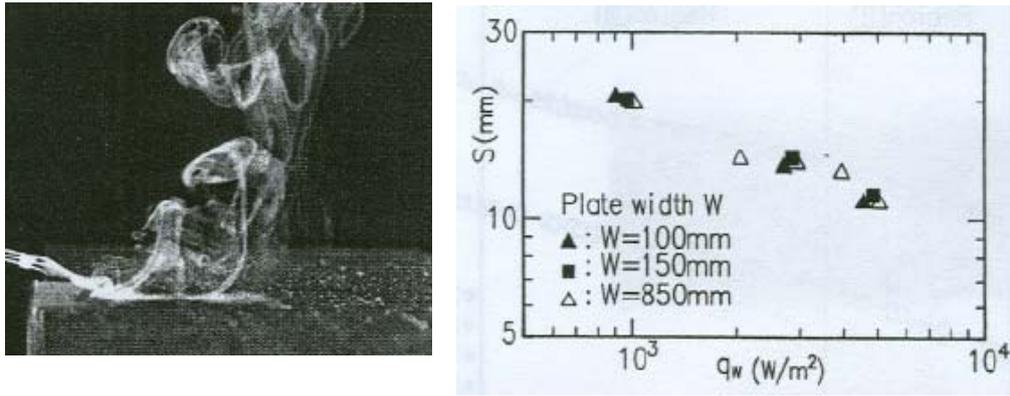


圖 1.9 流場分離之現象與分離位置和熱通量之關係圖 [10]



第二章 理論基礎與數值方法

本研究採用前處理器 Gambit (Fluent Inc.) 建立網格模型，並使用套裝軟體 Fluent (Fluent Inc.) 進行模擬計算；而本章節將說明理論基礎、相關參數的選用、模擬流程、網格建立與格點測試進行說明。

2.1 物理模型

一受熱平板引發的自然對流乃因周圍的空氣被受熱平板加熱而升溫，使空氣密度變小而產生浮力，導引上升氣流，並使原本的位置產生負壓進而引入周圍之流體。本研究將針對水平受熱平板的自然對流流場作數值分析。

第一部份所模擬之 Kitamura and Kimura [10]的實驗為以均勻熱通量加熱，且將長方形加熱水平平板之兩側以護欄隔絕，只有從兩端引入水流，流場特性近乎二維流場，由於實驗中氣流是由平板兩端流至平板中心，因此平板中心的兩側具對稱關係，故本研究以實際平板寬度的一半做為計算之平板寬度，藉由對稱的方式以節省計算的時間，而由於整體流場具二維性，亦即沿 y 方向呈週期性變化，故在計算區域 y 方向的平板兩側邊界上選用週期性邊界條件，在平

板邊緣至邊界的部份則為絕熱，且假設模型是被放置於一合理範圍的開放空間，設定出入口壓力與大氣壓力差為零且入口氣流溫度為室溫（如圖 2.1）。

而對於水平向上擺設的正方形水平平板的計算模型，為節省計算時間，藉由對稱的方式以加熱平板的四分之一當作計算之平板大小，且同樣將模型假設為水平平板是被放置在一個合理範圍的開放空間中，空間邊界設定出入口壓力與大氣壓力差為零且入口氣流溫度為空氣室溫，而平板邊緣至邊界的部份為絕熱（如圖 2.2）由於本研究假設水平平板是被放置在一個合理範圍之開放空間，必須模擬不同邊界範圍下水平向上擺置加熱平板的狀況，以找尋出最適當的計算邊界範圍，使其結果可符合物理特性並能以最短的時間計算完成。詳細之邊界範圍與網格大小測試將於 2.5 節說明。此部份做比較的實驗[8]是採等溫平板的加熱方式。

2.2 數學模型

為了簡化計算分析，本研究提出以下假設：

- (1) 流場除了浮力項之外，為三維之層流流場。
- (2) 流體性質除了在第一部份二維水平平板中黏滯係數設為隨溫度變化、第二部份正方形水平平板中黏滯係數與空氣熱傳導係數

設為隨溫度變化之外，其餘性質均以入口氣流溫度所得值來計算並設為常數，而在浮力項中的密度以 Boussinesq 近似法作簡化。

- (3) 由於是單純探討流場影響，且二維長方形水平平板部份因實驗在水中進行，故本研究在此部分可忽略熱輻射的計算，而在三維正方形水平平板之實驗在空氣中進行，故考慮熱輻射效應。

2.2.1 Boussinesq 近似法

在本研究中流場的形成是因為空氣受熱升溫而改變了密度，使得所受重力與周圍空氣不同而上升產生氣流。對於密度改變的情形，為簡化計算過程，本研究採用 Boussinesq 近似法，此方法除了在動量方程式中的浮力項的密度以 Boussinesq 近似簡化如公式 2.1 之外，其餘項之密度均設為常數[14]。

$$(\rho - \rho_\infty)g \approx -\rho_\infty\beta(T - T_\infty)g \quad (2.1)$$

根據(2.1)式可以得到 $\rho = \rho_0(1 - \beta\Delta T)$ 以模擬在浮力(重力)項中密度的變化，但此方法僅能使用於密度變化較小的情況，即滿足 $\beta\Delta T \ll 1$ 的情況下才能使用。本研究涵蓋的狀況中， $\beta\Delta T$ 介於 7.83×10^{-4} 至 0.23，故滿足此一條件。

2.2.2 統御方程式

本研究計算所根據之統御方程式：

$$\text{連續方程式: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

動量方程式:

$$x \text{ 方向: } u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\nu \nabla u) \quad (2.3)$$

$$y \text{ 方向: } u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\nu \nabla v) \quad (2.4)$$

$$z \text{ 方向: } u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\nu \nabla w) + g\beta(T - T_\infty) \quad (2.5)$$

能量方程式:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \nabla \cdot (\alpha \nabla T) \quad (2.6)$$

2.2.3 邊界條件

2.2.3.1 二維長方形水平板的模型

根據物理模型的建立及前人的研究，本研究提出了以下邊界條件的定義：

- (1) 在 yz 之入口邊界面上由於為遠端之入口邊界，因此總壓差與靜壓差皆為零，且入口空氣溫度為室溫：

$$p = p_{\infty}, u = v = w = 0, T = T_{\infty}。 \quad (2.7)$$

- (2) 在 xy 之出口邊界面上由於是遠端之出口邊界，因此總壓差為零，若出口邊界發生回流，為節省計算時間與降低計算模型之不確定性，故定義出口邊界面：

$$p_s = 0, \text{若有回流, 則回流之 } T = T_{\infty}。 \quad (2.8)$$

- (3) 在內側的 yz 邊界面由於在面的兩邊有對稱的幾何與物理條件，故定義為對稱面：

當 $x=0$ 時，

$$u = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0。 \quad (2.9)$$

- (4) 在水平擺設之加熱平板表面：

$$u = v = w = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{q_w}{k}。 \quad (2.10)$$

- (5) 在水平擺設底板邊緣至邊界之絕熱面：

$$u = v = w = 0, \nabla T = 0。 \quad (2.11)$$

- (6) 在平板的兩側 xz 邊界面上為，設為週期性(periodic)邊界條件。

在後處理之計算中，吾人計算出平板表面之局部對流熱傳係數與平均對流熱傳係數，其定義為

$$h_s = \frac{1}{L_c} \int_0^{L_c} \frac{q_w}{T(s, y) - T_{\infty}} dy,$$

$$h = \frac{2}{WL_c} \int_0^{L_c} \int_0^{W/2} \frac{q_w}{T(s, y) - T_\infty} ds dy,$$

其中之下標 s 代表平板邊緣往平板中心的方向。

2.2.3.2 正方形水平板的模型

本研究根據物理模型提出了以下邊界條件的定義：

- (1) 在內側的兩個邊界面由於在面的兩邊有對稱的幾何與物理條件，因此定義為對稱面：

當 $x=0$ 時，

$$u = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0。 \quad (2.12)$$

當 $y=0$ 時，

$$v = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0。 \quad (2.13)$$

- (2) 在水平擺設之加熱底板表面：

$$u = v = w = 0, T(z=0) = T_w。 \quad (2.14)$$

- (3) 在水平擺設平板周圍置邊界之絕熱面：

$$u = v = w = 0, \nabla T = 0。 \quad (2.15)$$

- (4) 在 xz, yz 之入口邊界上由於為遠端之入口邊界，因此總壓差與靜壓差皆為零，而入口空氣與室溫相同：

$$p = p_{\infty}, u = v = w = 0, T = T_{\infty}。 \quad (2.16)$$

(5) 在 xy 之出口邊界上由於是遠端之出口邊界，因此總壓差為零，而出口邊界若發生回流，為節省計算時間與降低計算模型之不確定性，故有以下定義：

$$p_s = 0, \text{ 若有回流, 則回流之 } T = T_{\infty}。 \quad (2.17)$$

在後處理之計算中，吾人計算出平板表面之局部對流熱傳係數與平均對流熱傳係數，其定義為

$$h_s = \frac{-2k}{W(T_w - T_{\infty})} \int_0^{W/2} \left. \frac{\partial T(s, y)}{\partial z} \right|_{z=0} dy$$

$$h = \frac{2}{W} \int_0^{W/2} h_s(s) ds$$

其中之下標 s 代表平板邊緣往平板中心的方向， $T_{\text{sur}} = T_{\infty}$ 。然而，Yousef et al. [8] 之實驗中並未將熱輻射效應排除，故其測得之對流熱傳係數中可能亦包含熱輻射效應，因此本研究亦考慮納入此效應如下

$$h_s = \frac{2}{W} \int_0^{W/2} \frac{q_w}{T_w - T_{\infty}} dy$$

其中

$$q_w = -k \left. \frac{\partial T(s, y)}{\partial z} \right|_{z=0} + \varepsilon \sigma (T_w^4 - T_{\text{sur}}^4)$$

2.3 數值方法

本研究以前處理器 Gambit (Fluent, Inc.) 建立幾何形狀及網格模型，並使用套裝軟體 Fluent (Fluent, Inc.) 進行模擬計算，Fluent 是利用結構式或非結構式網格有限體積法進行計算，採用了多種求解方法和多種網格以提高收斂速度，因此可以達到較佳的收斂速度與求解精度。

本研究採用 Segregated Solution Method 進行求解，該方法是將初始值帶入解動量方程式，將結果帶回解連續方程式 (壓力修正) 而得到了新的壓力與速度值，再帶回解能量方程式而得到新的溫度，檢查新的值是否收斂，如果還沒收斂就將新的值繼續帶回解動量方程式，如果收斂了就停止計算，其求解流程如圖 2.3。以下說明本研究所選擇各部份的離散化計算方案。

2.3.1 速度與壓力求解方案

如前面所提到的，我們可以解動量方程式得到各方向的速度值，但是這未必滿足連續方程式，因此必須藉由修正壓力來求得滿足連續方程式的速度場。而由 Patankar et al. (1972) 所提出的 SIMPLE (The Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) 演算法，是目前在這部份的計算上最常被使用的計算方法之一，本研究亦採用 SIMPLE 作為求解速度與壓力之計算方法。以下則是以一二維流場

為例對 SIMPLE 進行說明（本節使用之參數與前後章節無關，在表 2.1、表 2.2 中有獨立列表說明），其網格分佈如圖 2.4 所示[15]。

2.3.1.1 SIMPLE 演算法

- SIMPLE 是先以一個初始猜測的壓力值帶入動量方程式中計算而得到（相關係數如表 2.1 所示）：

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{i-1,j}^* - p_{i,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.18)$$

$$a_{i,j}v_{i,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{i,j-1}^* - p_{i,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.19)$$

- 定義修正壓力與速度為 p' 、 u' 、 v' ，而得到正確的壓力與速度：

$$p = p^* + p' \quad , \quad u = u^* + u' \quad , \quad v = v^* + v' \quad .$$

- 將猜值所得到式子與正確值的相減得到：

$$a_{i,j}(u'_{i,j}) = \sum a_{nb}(u'_{nb}) + [(p'_{i-1,j}) - (p'_{i,j})]A_{i,j} \quad (2.20)$$

$$a_{i,j}(v'_{i,j}) = \sum a_{nb}(v'_{nb}) + [(p'_{i,j-1}) - (p'_{i,j})]A_{i,j} \quad (2.21)$$

- SIMPLE 演算法假設 $\sum a_{nb}(u'_{nb})$ 和 $\sum a_{nb}(v'_{nb})$ 可以忽略而得到：

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + (p'_{i-1,j} - p'_{i,j})d_{i,j} \quad , \quad d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \quad (2.22)$$

$$v_{i,j} = v_{i,j}^* + (p'_{i,j-1} - p'_{i,j})d_{i,j} \quad , \quad d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \quad (2.23)$$

- 同理可得：

$$u_{i+1,j} = u_{i+1,j}^* + (p'_{i,j} - p'_{i+1,j})d_{i+1,j} \quad , \quad d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}} \quad (2.24)$$

$$v_{i,j+1} = v_{i,j+1}^* + (p'_{i,j} - p'_{i,j+1})d_{i,j+1} \quad , \quad d_{i,j+1} = \frac{A_{i,j+1}}{a_{i,j+1}} \quad (2.25)$$

- 將以上得到的正確速度帶回連續方程式，整理後得到壓力修正式：

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{I+1,J}p'_{I+1,J} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J}$$

其中 $a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$ (2.26)

- 求解 2.26 式進而得到正確的速度與壓力值帶回其餘統御方程式以判斷收斂與否。若沒有收斂，則根據所得到的修正值，再藉由鬆弛因子(under-relaxation factor)的設定，可以得到新的壓力與速度值(2.27 式) 繼續進行疊代：

$$\begin{aligned} p^{new} &= p^* + \alpha_p p', \\ u^{new} &= \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{(n-1)}, \\ v^{new} &= \alpha_v v + (1 - \alpha_v) v^{(n-1)}. \end{aligned} \quad (2.27)$$


2.3.2 其餘離散化計算方案

在動量方程式和能量方程式的計算上選擇以 QUICK 將之離散化，可使計算更為準確。

而在動量方程式中必須使用到網格面與面之間的壓力梯度，因此必須知道面上的壓力值，而在 cell-base 的計算下所得到的都是網格中心的壓力值，故必須藉由壓力內插法(pressure interpolation scheme)以計算得到網格面上的壓力值，且本研究在這部份選擇

Standard 進行運算。

2.3.3 相關參數

(1) 鬆弛因子--本研究將能量的計算鬆弛因子設為 1，壓力設為 0.3；而依照需求將動量的計算鬆弛因子設為 0.7-0.5，密度、物體力(body force)的計算鬆弛因子設為 0.9-0.7。

(2) 收斂條件--在 Fluent 中是以殘值(residue)的大小來判斷收斂，一般設定當連續方程式和速度值的殘值小於 10^{-4} ，能量方程式的殘值小於 10^{-7} 時判定為已收斂。殘值的表示項為：

$$R^\phi = \frac{\sum_{cellsP} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right|}{\sum_{cellsP} |a_p \phi_p|} \quad (2.27)$$

2.4 模擬參數

2.4.1 通用參數

本研究所有計算模擬中，皆採用流體入口溫度為 298K(室溫)，相關流體性質則按 298K 時空氣性質設定之，並且以-z 方向為重力方向且重力加速度固定為 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ，底板加熱方式乃根據實驗狀況，在第一部分二維長方形水平板為以均勻熱通量加熱，第二部份正方形水平板則為等溫底板加熱。

2.4.2 變因參數

2.4.2.1 二維長方形水平平板

二維長方形板部份之研究以模擬 Kitamura and Kimura [10]的實驗為目標，該研究中採用水為流體，以固定底板熱通量之方式加熱，加熱板的長寬比很大，整體可視為二維性流場，並且流場對平板中心線成對稱。實驗之加熱平板為厚度 $30\mu\text{m}$ 之極薄不鏽鋼板，因此本研究為計算方便，將加熱平板訂為無厚度之平板。該研究利用改變加熱平板的寬度為 $20\sim 1500\text{mm}$ 與熱通量，進而觀察不同 Ra^* 值之流場有何變化，而本研究參考該研究之平板尺寸，計算平板半寬為 $10\sim 750\text{mm}$ 之平板，以不同的均勻熱通量加熱進行數值模擬，進而探討是否於某範圍之 Ra^* 值之下，會如實驗結果所顯示，於過渡性流場時出現週期性的條形胞狀區域，除可驗證 Kitamura and Kimura [10]的實驗結果外，並能深入地了解過渡性流場的特徵。

2.4.2.2 正方形水平平板

此部份之研究以模擬 Yousef et.al. [8]的實驗為目標，該研究中採用空氣為流體，以固定底板熱通量之方式加熱，經確認平板表面溫度變化在 0.5% 內，並取得平板表面之平均溫度進行後續分析，因此本研究在計算上可將加熱平板視為無厚度之平板，以固定平板溫度

之方式加熱。為配合實驗中之加熱平板邊長，本研究計算平板半寬為 50mm、100mm 及 200mm 之正方形平板，改變所給定之平板均勻溫度(323K~368K)，進而改變 Ra 值的大小，以將計算之結果與 Yousef et.al. [8]的實驗結果相比對，並仔細觀察各流場之結構。

2.5 網格建立與格點測試

本研究首先以 Gambit 建立網格模型，依邊界條件須求採用 Fluent 5/6 做為 solver，並匯出 .msh 檔供 Fluent 使用。研究中使用非結構式四面體網格(unstructured tetrahedral cells)以建立網格模型，並盡量避免網格過於扭曲之情形。

在計算模型中，加熱平板附近的流場變化最大且為觀察的重點，因此本研究的計算網格在加熱平板邊界上分佈最密，而離加熱平板越遠處越寬鬆。此外本研究也使用“link face meshes”的功能使邊界條件為週期性的相互對應面上，具有同樣的網格分佈。

2.5.1 二維長方形水平平板

在加熱板水平擺設的建模上，首先必須做的測試是取得一可以適用於如前述所列之邊界條件之計算範圍，並設法調整計算之網格數，使計算能達到理想的收斂結果，並有最經濟的計算時間。

在邊界測試上，首先以平板半寬 $W/2 = 10\text{mm}$ （實際寬度 $W = 20\text{mm}$ ）之加熱平板進行測試，此時計算長度 L_c 採取平板半寬之兩倍長 ($L_c = 20\text{mm}$)。而在格點方面，在加熱平板表面設定最密之格點，採用邊長為 0.3mm 且整個平板為均勻大小之網格，平板外 x 方向按 $\text{ratio}=1.01$ 、 z 方向按 $\text{ratio}=1.002$ 的比例漸疏以減少總網格數，隨即改變 x 與 z 方向之邊界範圍進行邊界範圍之測試，其測試結果如表 2.3 所示。由於此物理模型的邊界條件在 yz 之入口邊界上定義為總壓差與靜壓差為零且入口空氣與室溫相同，因此模型入口處需與熱板具有足夠的距離，才能夠符合此邊界條件，而邊界條件在 xy 之出口邊界上定義為總壓差為零，同理需使模型之出口處距離平板足夠的距離，方可符合此邊界條件。本研究採用上述尺寸之平板及網格分佈情形進行邊界測試，且水平板的加熱方式為以均勻熱通量 3000W/m^2 加熱，測試結果發現當 x 方向邊界與 z 方向邊界為平板半寬之六倍時，熱板之平均溫度為 303.57K ，相較於 x 方向邊界與 z 方向邊界為平板半寬之三倍作計算時之熱板平均溫度 303.67K ，二者相差甚小，顯示當入口邊界與出口邊界之距離為平板半寬的三倍時即可獲得合理的結果，而由於本研究將探討水平板於自然對流情況時之熱傳效能，因此選擇以觀察水平板上方之局部熱傳係數是否達到穩定為邊界範圍是否達到穩定之判斷依據，由表 2.3 可知，當

邊界為水平板半寬之三倍時，與較大之邊界範圍誤差在 2.2% 以下，因此本研究為縮短計算時間，在隨後的模型建立上，皆採用平板半寬之三倍的邊界範圍進行計算。

實驗結果顯示過渡性流場會沿 y 方向形成近似週期性的條形胞狀區域，故在 y 方向有較強烈的變化，因此每一胞狀週期中須有足夠的格點數方能可靠地解析流場變化。由於整體流場具二維性，亦即沿 y 方向呈週期性變化，故在計算區域 y 方向的兩側邊界上可選用週期性邊界條件。然而計算長度 L_c 的大小直接影響總網格數，為能可靠解析流場的細部變化又不致使總網格數過於電腦的容量，本研究選擇能涵蓋至少 7 個胞狀週期的計算長度 L_c ，且每一週期內包括至少 20 個格點的網格配置，足以達到可靠的計算結果。

選定適當之邊界範圍後，即可進行網格尺寸測試，測試之方法分為兩步驟，第一步驟為改變最密網格大小進行格點測試。本研究中加熱板面上均保持固定的網格尺寸，其外的網格分布則按 x 方向之 $\text{ratio}=1.01$ 、 z 方向之 $\text{ratio}=1.002$ 的比例漸疏。為判斷網格大小是否達到穩定的收斂，以觀察加熱底板上之局部對流熱傳係數變化是否穩定收斂來判別。如表 2.4 所示。此部份測試的網格之邊長範圍為 0.25~0.4 mm，結果顯示當網格邊長為 0.3 mm 時之局部對流熱傳係數變化可達到穩定收斂(差異在 3.1% 以內)，此即選為最密網格尺

寸。第二步驟進行網格漸疏比例值(ratio)之測試。此測試方式為固定模型中加熱平板上之最密網格，再逐步改變加熱平板外之網格漸疏比例值，由表 2.5 可知，當 x 方向之 ratio 值為 1.01 時， z 方向之 ratio 在 1.0~1.006 間之結果差距甚小，本研究決定在許可的計算量之內，採用 z 方向之 ratio 為 1.002 進行計算。然而計算水平加熱板模型所需取得的範圍其計算量仍十分龐大，當平板半寬為 10mm 與 15mm 時，計算量尚於許可之範圍內，但當計算平板半寬為 25mm 以上時，因考量電腦計算容量，乃將 z 方向之 ratio 值由 1.002 增加至 1.006，此 ratio 值由上述測試之結果(表 2.5)顯示仍可獲得可靠的結果。

總合而言，計算區域在 x 與 z 方向均取半板寬之三倍長度， y 方向計算長度則至少涵蓋 7 個胞狀週期，且每一週期內包括至少 20 個格點。板面上最小網格邊長均取為 0.3 mm，板面外沿 x 方向之漸疏比例值為 1.01， z 方向之漸疏比例值為 1.002(平板半寬為 10mm 和 15mm 時)或 1.006(平板半寬為 25mm 以上時)。如此配置的總網格數介於一百六十萬至四百八十萬之間，可使局部對流熱傳係數之收斂差異在 3.1% 以內。

2.5.2 正方形水平平板

此部分在建模上，亦須先取得一可以適用之邊界範圍，而藉由第一部份之經驗可知，對於吾人所訂定自然對流流場之邊界條件下，入口邊界與出口邊界之距離為平板半寬的三倍時即可獲得合理的結果，故此部份即採取此邊界範圍進行格點測試。測試方法為改變平板半寬為 50mm(實際平板寬度為 100mm)之正方形平板的最密網格大小進行測試，加熱板面上均保持固定的網格尺寸，其外的網格分布則按 x 、 y 、 z 三方向均取 ratio=1.01 的比例漸疏，且以固定平板平均溫度之方式加熱，為判斷網格大小是否達到穩定的收斂，以觀察底板上之局部對流熱傳係數變化是否穩定收斂來判別。

然而，吾人在計算結果中發現，當氣流由 x 方向與 y 方向入口進入後，會以垂直於平板邊緣的方向進入加熱範圍，兩道彼此垂直的氣流在平板對角線上相遇，因漸受熱而升溫和彼此對衝而向垂直於平板的方向浮升，故在流場中不會有跨越過對角線之氣流，Husar and Sparrow [3]之實驗結果與沈季儒 [12]之模擬結果也有觀察到此現象，再進一步觀察，計算模型中流體由 x 入口流至 $x=y$ 平面之流場與由 y 入口流至 $x=y$ 平面之流場近乎對稱於 $x=y$ 平面，而由於本研究所要研究之過渡性流場，對於網格的變動屬非常敏感，為使流場不因網格的不同而造成不良的對稱性，因此吾人決定將 x 邊界入口至 $x=y$ 平面之三維區域，與 y 邊界入口至 $x=y$ 平面之三維區域，

藉“link volume meshes”的功能使此兩三角柱形狀之三維區域的相對應面上，具有同樣的網格分佈，以確保流體由兩入口邊界流入後所經範圍之網格分布皆完全相同。

格點測試之網格邊長範圍為 0.4~0.6mm，在底板之 x 方向板緣、 x 軸與平板對角線形成的三角形平面上，固定平板溫度為 338K，取 s 方向上局部對流熱傳係數變化是否穩定收斂來判別，如表 2.6 顯示當網格邊長為 0.5mm 時之局部對流熱傳係數變化可達到穩定收斂(差異在 7.38%以內)，即選此邊長網格為最密網格之尺寸。由於此部分模型之尺寸較大，若採用甚小的網格漸疏比例值(ratio)，會使計算量過於龐大，而上述採用 ratio=1.01 時的計算量尚於許可之範圍內且足以達到理想的收斂結果，故此部分即選此比例值進行後續計算。然而，在計算 $W/2=200\text{mm}$ 之平板時因計算量過大而將最密網格邊長改為 0.6mm，並將計算之範圍做合理的縮減(此部份於第四章有明確之說明)進行計算。

總合而言，計算區域在 x 、 y 與 z 方向均取半板寬之三倍長度，板面上最小網格邊長均取為 0.5mm(平板半寬為 50mm 和 100mm 時)或 0.6mm(平板半寬為 200mm 時)，板面外沿 x 、 y 與 z 方向之漸疏比例值為 1.01 漸疏，且於計算平板半寬為 200mm 時縮減計算範圍以使計算量可在接受範圍之內。如此配置的總網格數為二百九十萬至

六百一十萬，可使局部對流熱傳係數之收斂差異在 7.38% 以內。



表 2.1 數值方法之獨立符號表

Nomenclature		Greek Symbols	
a	係數項, 表示式如表 2.1	α	under-relaxation factor
A	網格面積	μ	黏滯係數
b	源項	ρ	流體密度
p	正確壓力(求解)	ν	μ / ρ
p^*	初始壓力	Subscripts	
p'	修正壓力	I, J, i, j	如圖 2.3 所示
u, v	在 x, y 方向上的正確速度	nb	鄰近網格
u^*, v^*	初始速度	P	網格中心點(參照圖 2.3)
u', v'	修正速度	p, u, v	壓力、溫度項

表 2.2 SIMPLE 中使用係數

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b'_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,j}$	$(\rho dA)_{i,j}$	$(\rho dA)_{i,j+1}$	$(\rho dA)_{i,j}$	$(\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,j} + (\rho v^* A)_{i,j} - (\rho v^* A)_{i,j+1}$

表 2.3 二維長方形水平板模型計算範圍測試之結果

condition	最密網 格邊長 (mm/int)	x 邊 界/ (W/2)	z 邊 界/ (W/2)	T_{mw}	difference of T_{mw} (%)	h	difference of h (%)	maximum difference of h_s (%)
$q_w''=3000$ $g=-9.8$ $W/2=10\text{mm}$ $L_c=20\text{mm}$ ratio: x 方向為 1.01 z 方向為 1.002	0.3	6	6	303.57	-	538.44	-	-
	0.3	4	4	303.58	2.21E-03	537.79	-1.20E-01	-5.11E-01
	0.3	3	3	303.67	3.36E-02	528.76	-1.80	-2.18

表 2.4 二維長方形水平板模型格點測試之結果 (1)

condition	最密網 格邊長 (mm/int)	x 邊 界/ (W/2)	z 邊 界/ (W/2)	T_{mw}	difference of T_{mw} (%)	h	difference of h (%)	maximum difference of h_s (%)
同表 2.3	0.25	3	3	303.66	-	530.06	-	-
	0.3	3	3	303.67	1.80E-02	528.76	-8.68E-01	3.05
	0.35	3	3	303.62	-1.79E-02	533.38	8.76E-01	6.60
	0.4	3	3	304.57	2.94E-01	539.08	1.95	6.20

表 2.5 二維長方形水平板模型格點測試之結果 (2)

condition	z 方向之 ratio 值	x 邊 界/ (W/2)	z 邊 界/ (W/2)	T_{mw}	difference of T_{mw} (%)	h	difference of h (%)	maximum difference of h_s (%)
$q_w''=3000$	1	3	3	303.67	-	529.12	-	-
$g=-9.8$	1.002	3	3	303.67	1.48E-03	528.76	-7.94E-02	-4.86E-01
$W/2=10\text{mm}$	1.004	3	3	303.63	-1.20E-02	532.60	6.48E-01	-7.96E-01
$L_c=20\text{mm}$	1.006	3	3	303.67	8.56E-04	528.93	-4.57E-02	-9.47E-01
最密網格邊 長: 0.3(mm/int)								

表 2.6 正方形水平板模型格點測試之結果

condition	最密網 格邊長 (mm/int)	x、y、z 邊界/ (W/2)	q_{mw}	difference of q_{mw} (%)	h	difference of h (%)	maximum difference of h_s (%)
$T_w=338$	0.6	3	249.89	4E-04	6.247	1.6E-04	-14.11
$g=-9.8$	0.5	3	250	8.01E-04	6.25	6.4E-04	-7.38
$W/2=50\text{mm}$	0.4	3	249.82	-	6.246	-	-
ratio: x、y、z 方向為 1.01							

s

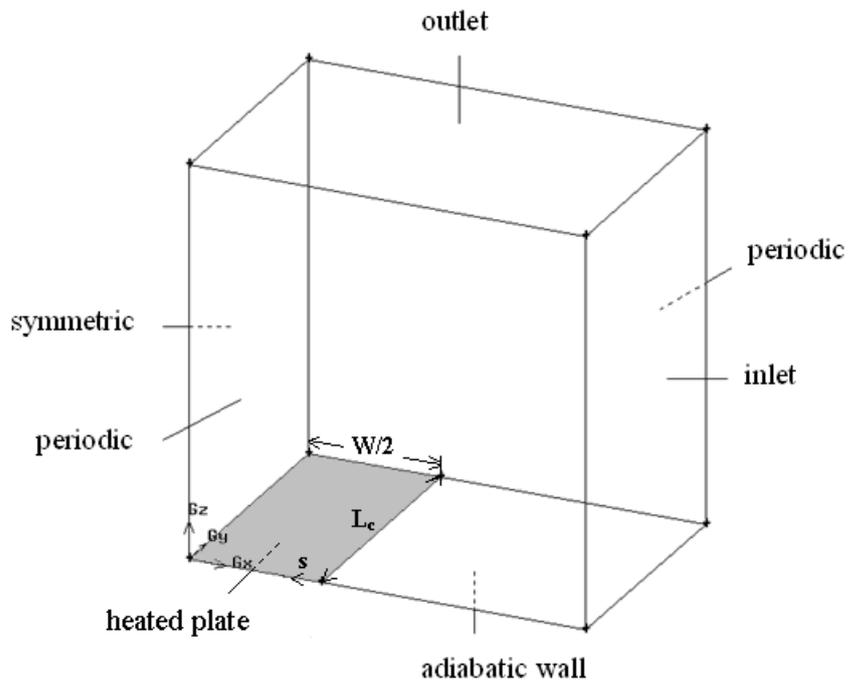


圖 2.1 二維長方形水平板之計算模型

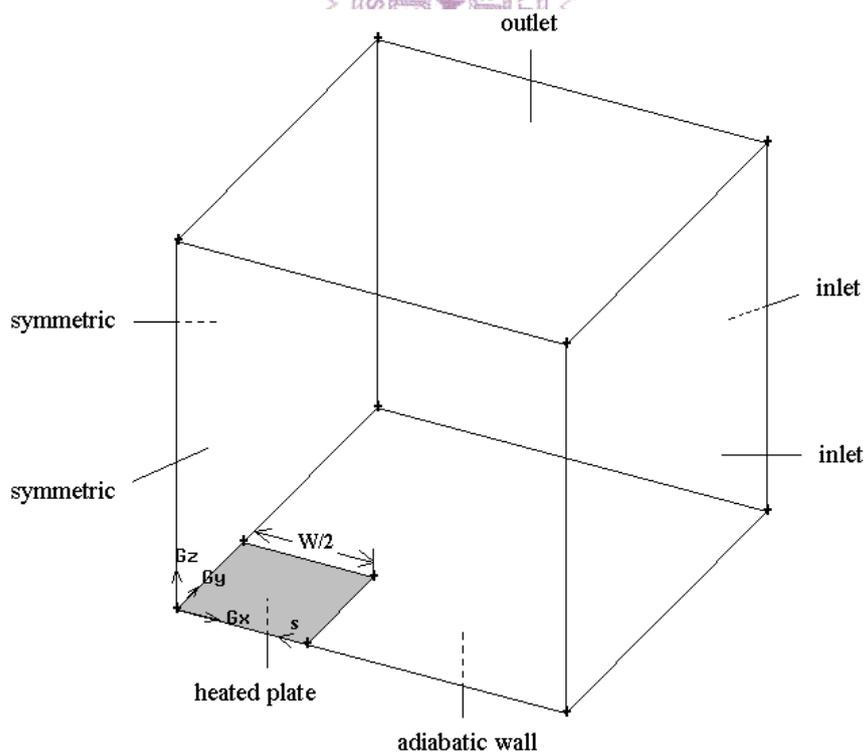


圖 2.2 正方形水平板之計算模型

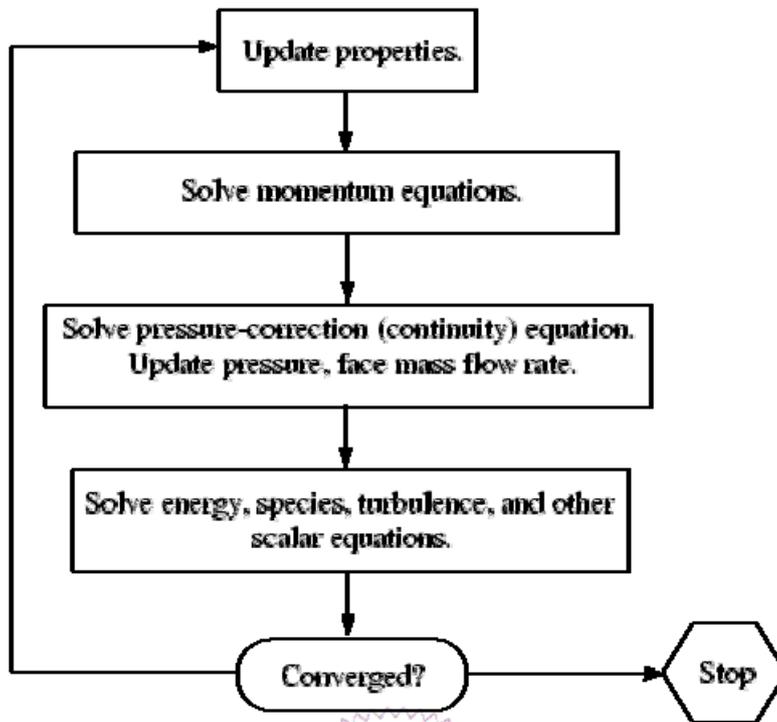


圖 2.3 Segregated Solution Method 求解流程[14]

Fig. 6.5 The scalar control volume used for the discretisation of the continuity equation

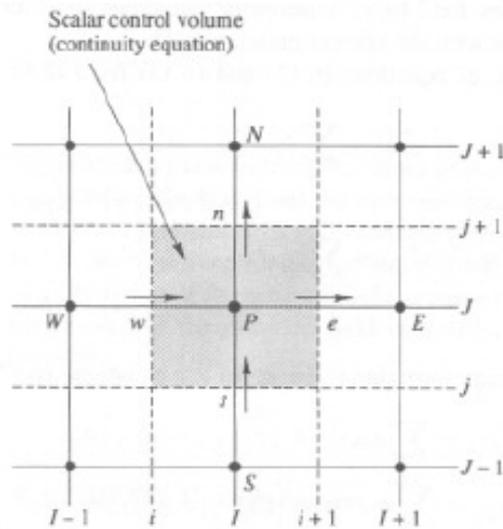


圖 2.4 網格分佈示意[15]

第三章 二維長方形水平平板之結果與討論

本章針對Kitamura and Kimura [10]之近乎二維流場之加熱平板實驗做數值模擬，藉由改變平板之尺寸與加熱通量進而改變 Ra^* 值進行分析。

計算結果由圖3.1可看出，在不同 Ra^* 值之情況下模擬之加熱平板表面的溫度分佈形式與Kitamura and Kimura [10]實驗平板表面溫度分佈形式均十分相似。實驗結果之照片中介於 29°C 至 34°C 的溫度分別以深紅色、黃色、綠色和藍色呈現；而模擬結果之平板表面介於 25°C 至 32°C 的溫度則分別以藍色、綠色、黃色和紅色呈現。當 $Ra^* = 8.2 \times 10^6$ 時($W/2 = 10 \text{ mm}$, $q_w = 1625 \text{ W/m}^2$)，溫度於板長方向(y 方向)沒有變化，此時流場為層流流場，如圖3.1a所示。當 $Ra^* = 3.1 \times 10^7$ 時($W/2 = 15 \text{ mm}$, $q_w = 1214 \text{ W/m}^2$)，實驗觀察到溫度於板長方向變為不一致，出現了幾個局部略為低溫的區塊，此現象在模擬結果中也反應出來，如圖3.1b；當 Ra^* 增加到 5.5×10^8 時($W/2 = 25 \text{ mm}$, $q_w = 2792 \text{ W/m}^2$)，平板表面產生許多近乎平行的條狀低溫區，如圖3.1c所示。此為過渡性流場之特徵，顯示此時部份區域已形成過渡性流場。當 Ra^* 再增加到 5.9×10^9 ($W/2 = 50 \text{ mm}$, $q_w = 1871 \text{ W/m}^2$)與 3.9×10^{10} ($W/2 = 75 \text{ mm}$, $q_w = 2443 \text{ W/m}^2$)時，由圖3.1d與圖3.1e均可看到加熱平板表面呈現許多近乎平行

之條狀低溫區，並且在不同 Ra^* 值下，條狀低溫區之發生位置與平板入口邊緣之距離彼此相近，顯示當流體流經平板上方一段距離後，即開始發展出過渡性流場之平行條狀區域。值得注意的是，不同板寬下這些條狀區之間格距離並無明顯改變，條狀區之長度則會愈長。

圖3.2至3.5為不同 Ra^* 值之下的流線圖，為清楚地呈現出流場之型態，選取計算模型入口處不同高度之位置為流線之起始處，最低層之流線起始點位於底板上方1mm處，第二層開始取底板上方每15mm高之處繪製流線，而圖中流線之顏色反映其溫度變化。當 Ra^* 為 8.2×10^6 時流場為層流流場，流線十分平滑且沿板長 y 方向呈均勻分布，由圖3.2中可看出當流體流近加熱平板中心線時，因浮力與對衝的效應會向上流動，造成平板中心附近形成一低壓區，如圖又因最底層之流線因處於邊界層內而流動較緩慢，乃吸引平板上方之流體向板中心線處流動，使得第二層15mm處之流線緩慢下沉。當 Ra^* 為 3.1×10^7 時，由圖3.3中可發現在接近板中心處之流線有些許的扭曲，此扭曲的現象當 Ra^* 值增加時會變得較為強烈，由 Ra^* 為 5.5×10^8 和 5.9×10^9 時之流線圖(圖3.4和圖3.5)可明顯地看出，以下分別對此兩狀況作詳細討論。

圖3.4為 $Ra^* = 5.5 \times 10^8$ 時之流線圖，圖中之顏色反應溫度之變化，因此由最底層之流線顏色變化可得知加熱平板之位置。由於底層之流體處於邊界層內故流動緩慢，流經加熱平板上方時持續地被加熱，使

得水流尚未達平板中心線處即向上浮起，進而造成板中心線附近形成一負壓區(最低壓力可達-0.034Pa)，此負壓區吸引第二層流體往平板中心線處下沉。當上浮的底層流體與下沉之第二層流體交會時，雙方各自分成數個流束而交叉通過。此外，第二層之下沉流體之溫度較低，當下沉之低溫流束流近板面時能有效地冷卻局部板面而形成低溫區。然而，在上浮的底層流束與其兩側之下沉流束間所包夾的區域為一停滯區，其中的對流熱傳較弱，以致該區的平板溫度較高，因此平板表面上乃形成許多高低溫相間的條狀溫度分布，如圖3.1c所示。

由圖3.4也可看到第三層以上之流體因離平板較高，受到平板中心線附近低壓區的影響甚弱，當其緩緩下沉時距平板表面尚遠時即被下方的上升水流推升向上。

圖3.5為當 $Ra^* = 5.9 \times 10^9$ 時之流線圖，由於其流場十分複雜，乃以兩個角度之流線圖呈現。圖3.5a之顏色代表其溫度變化，3.5b中之不同顏色則區分不同層次之流體。圖中可看見類似圖3.4中之現象，第一層流線由於受底板之黏滯力影響而流動緩慢，當其流動某一段距離後，因受熱上浮且分叉成數個上升的流束，流束下游形成一負壓區，此負壓吸引第二層之流體下沉，當此下沉之冷水流與上升之底層氣流相遇時，彼此各自分成數條流束而交錯通過。與前例不同的是，底層流體之上升位置距離板中心線尚遠，除小部分繼續上升外，大部分被

上方之下沉流體壓制而略往下沉。其中一部份流體被第二層下沉流體夾帶而流向平板表面，有效地帶走平板表面的熱量，隨後因浮力及對衝效應而反轉向上，此一向上之流動進而在下游臨近板中心線附近形成負壓區，此負壓區足以吸入第三層的流體下沉。同樣地，這些下沉流體會與上升流體交錯。本例中第四層之流體因位置較高，較未受到負壓區之吸引。Kitamura and Kimura [10, Figs. 3a-3c]實驗中將靠近平板與平板上方4mm高之流體注入染料，觀察過渡性流場之結構，其觀察與本研究所模擬出之流場行為十分吻合。

為深入了解水平熱板之散熱特性，吾人計算出平板表面之局部對流熱傳係數(平板表面各 s 位置之 y 方向平均對流熱傳係數)，結果顯示，當流場為層流流場時，對流熱傳係數會隨著邊界層厚度增加而降低，接著進入過渡性流場時流場中的下沉氣流有效地將熱帶走而又升高，而平板表面局部對流熱傳係數降低又上升中時最低值的發生位置即為層流流場結束要進入過渡性流場的位置。另外，吾人將半寬為50mm之平板，以不同的底板熱通量($3000\sim 5000\text{W/m}^2\text{K}$)加熱分別進行模擬，觀察局部對流熱傳係數後發現，即使平板之尺寸相同，若改變底板熱通量進而改變 Ra^* 值，會使得過渡流性場開始之位置有所不同，將此位置距離平板邊緣之距離以 S 表示，由圖3.6可看見，隨著加熱量的增加 S 有下降的趨勢，顯示當 Ra^* 值增加會促使流場更早進入過

渡流之流場，而Kitamura and Kimura [10]之實驗結果也為如此。此外吾人也觀察到，在相同尺寸平板以不同熱通量加熱之模擬結果中，當熱通量愈大時平板上方氣流的浮力增強，使得上升氣流分岔成愈多的流束，而在平板上形成的條形胞狀區域(cellular stripes)之條形區與條形區間之距離就愈小，將各模擬結果中的此距離分別取平均值繪成圖(圖3.7)，與Kitamura and Kimura [10]之實驗結果比擬，由圖3.7顯示兩者十分吻合。

圖 3.8 是將不同板寬之平板皆以 q_w 為 3000W/m^2 之熱通量加熱進行模擬後，計算得出各平板之局部對流熱傳流係變化所繪成之圖，並加入 Kitamura and Kimura [10]之實驗結果相互比較，發現模擬結果與實驗結果不論在過渡性流場發生的起始位置與對流熱傳係數之大小值都具有良好的一致性。圖中顯示寬度較小之平板($W=20, 30\text{ mm}$)由於氣流由平板邊緣流至板中心線附近時尚未進入到過渡性流場，因此其 h_s 在整個流動過程中都只隨著 s 下降；寬度較大之平板($W=50, 100, 150\text{ mm}$)其上方氣流尚屬於層流流場時，由平板邊緣開始 h_s 會隨著氣流流動的距離 s 降低，接著當流場進入過渡性流場時則開始隨距離 s 增加，因此在這期間 h_s 會有一最小值產生，其發生之位置即為過渡性流場開始之位置，而上升的局部對流熱傳係數達到一最大值後又會逐漸降低。其中 $W=100$ 與 150 mm 的狀況，局

部對流熱傳係數達到最大值後又逐漸降低的原因可歸於邊界層逐漸發展變厚之故。此外，各寬度平板上方之氣流在流至近平板中心線時， h_s 會急速地下降，這是由於接近平板中心線處為氣流之停滯區而造成熱傳效能變差的緣故，但此現象在 Kitamura and Kimura [10] 的實驗中並無提及。此部份模擬之最大寬度的平板為 $W/2=75\text{mm}$ 之平板，在此模擬結果中發現氣流接近平板中心線附近時 h_s 會突然增加，而又因平板中心線處為停滯區再轉為下降，Kitamura and Kimura [10] 在實驗中同樣觀察到此現象，其解釋為氣流在靠近板中心線處會與對向氣流形成兩股氣流撞擊在一起的情形，產生了小且密集的茶流流場，而使得對流熱傳係數微幅的上昇，但吾人觀察平板表面之壓力場後認為此情形是由於當兩股氣流撞擊在一起而轉為上浮氣流時，會在板中心線前方處造成一負壓區，其壓力值約為 -0.038pa ，此負壓造成該處吸入更多的冷流，而有效達到冷卻效果，散熱性能也就因此而提高了。

吾人將不同板寬與不同底板熱通量之模擬結果，經計算得到局部 (local) Nusselt numbers Nu_s 與 Ra_s^* 值，與 Kitamura and Kimura [10] 實驗結果所推論的經驗關係式進行比對，如圖 3.9 所示，模擬結果除了上述所提之兩股對向氣流碰撞造成對流熱傳係數突然升高處之外，其餘部分與實驗所得之關係式皆很吻合。此外，Kitamura and Kimura

[10]根據其觀察與實驗結果推論出四個 $Nu_s \sim Ra_s^{*n}$ 之經驗關係式，此四個關係式具有不同的指數 n 值分別表示為流場的四個區域：層流區域為 $10^2 < Ra_s^* < 10^6$ ，此區結束在局部對流熱傳係數最低處；接著進入過渡流區域在 $10^6 < Ra_s^* < 5 \times 10^7$ 之間，此時對流係數開始上升並達到高峰；接下來之區域為 $5 \times 10^7 < Ra_s^* < 8 \times 10^{10}$ ，此區域依然屬於過渡流之區域，且對流係數會微幅下降；最後不穩定之紊流區域為當 $Ra_s^* > 8 \times 10^{10}$ 時。

另外，並由模擬結果得到之熱板表面平均溫度，計算得到各尺寸平板之平均 Nusselt numbers Nu ，與平均 Ra^* 繪製成圖，與 Kitamura and Kimura [10] 的 $Nu \sim Ra^*$ 經驗公式進行比對，如圖 3.10 可看到，本研究之模擬結果與該學者之實驗結果非常吻合。

需注意的是，本研究在計算過程中發現，若將網格稍作修改，或是改變計算的鬆弛因子，都可能收斂得到略有不同的流場，但流場的特徵與散熱性能如 h_s , Nu_s and Nu 則維持一致，此顯示過渡性自然對流流場雖可呈現穩定的行為，但其流場本質仍具有隨機性的非線性流場特徵，此部份在 Kitamura and Kimura [10] 之文獻中亦有提及。

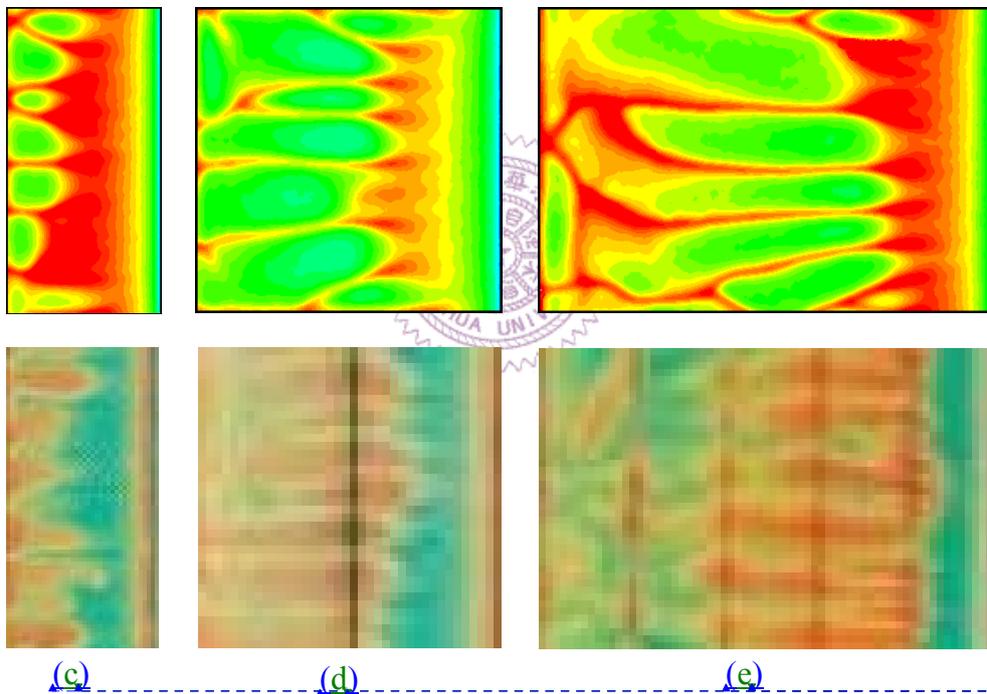
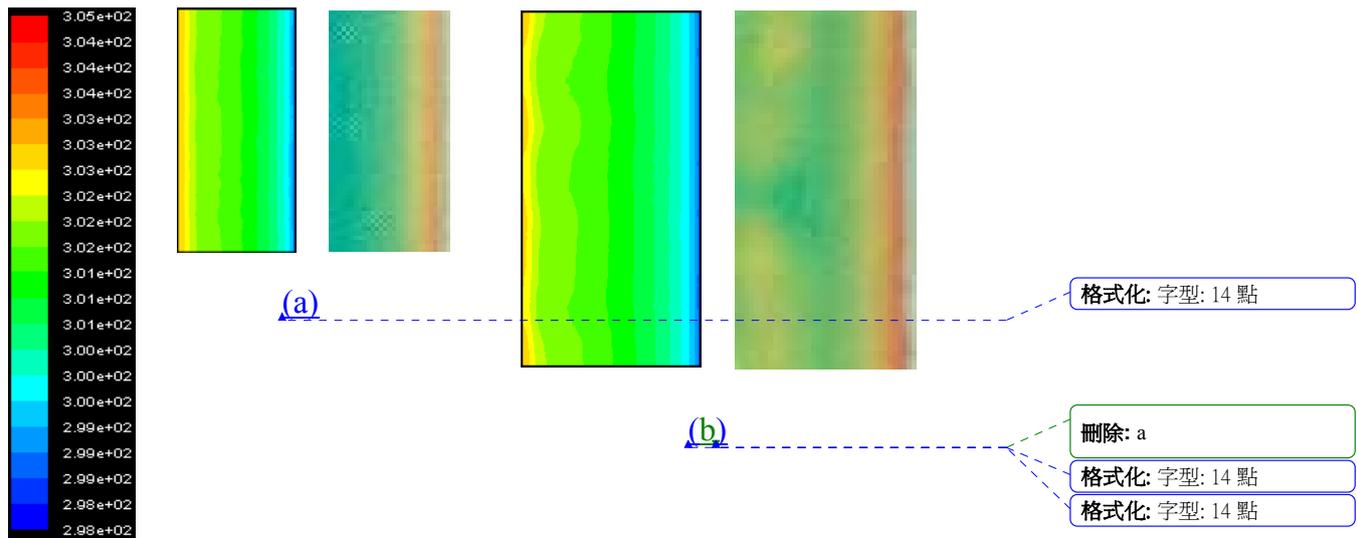


圖3.1 不同 Ra^* 值之情況下模擬之加熱平板與Kitamura and Kimura [10]

實驗之平板的平板表面溫度分佈形式(a) $Ra^* = 8.2 \times 10^6$, $W/2 = 10$ mm, $q_w = 1625$ W/m², (b) $Ra^* = 3.1 \times 10^7$, $W/2 = 15$ mm, $q_w = 1214$ W/m², (c) $Ra^* = 5.5 \times 10^8$, $W/2 = 25$ mm, $q_w = 2792$ W/m², (d) $Ra^* = 5.9 \times 10^9$, $W/2 = 50$ mm, $q_w = 1871$ W/m², (e) $Ra^* = 3.9 \times 10^{10}$, $W/2 = 75$ mm, $q_w = 2443$ W/m²

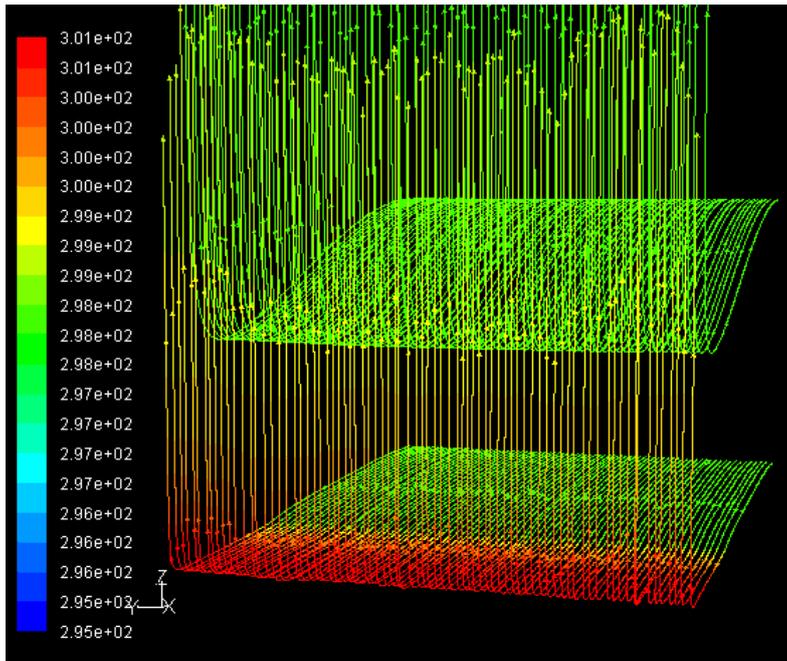


圖3.2 $Ra^*=8.2\times 10^6$ ($W/2 = 10$ mm, $q_w=1625$ W/m²)時之流線圖，圖中之顏色代表溫度之變化

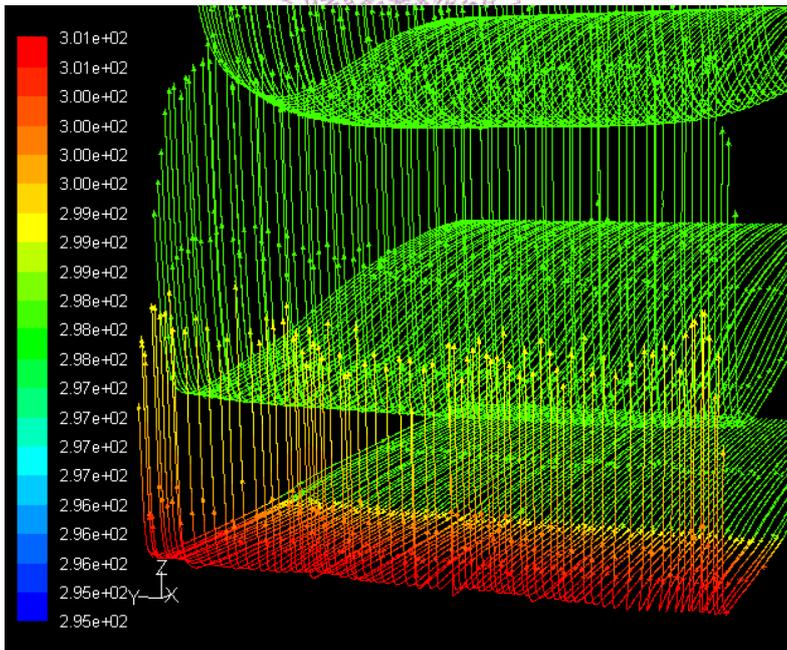


圖3.3 $Ra^*=3.1\times 10^7$ ($W/2 = 15$ mm, $q_w=1214$ W/m²)時之流線圖，圖中之顏色代表溫度之變化

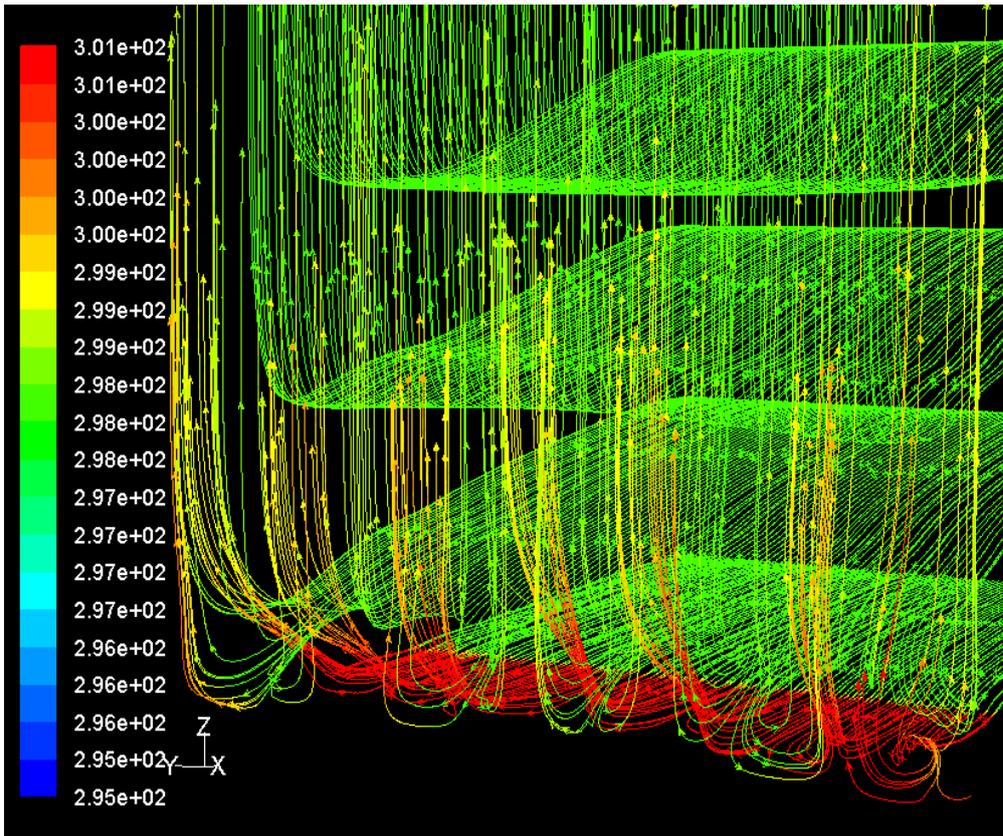
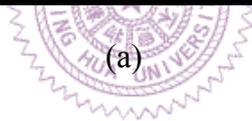
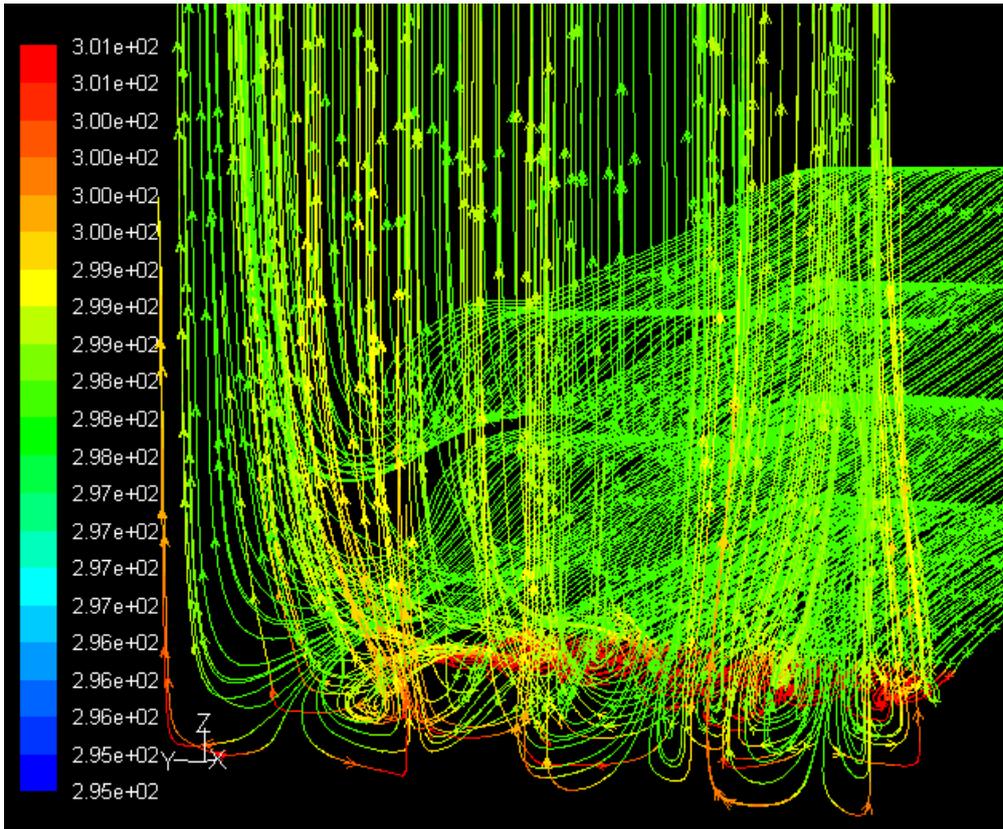
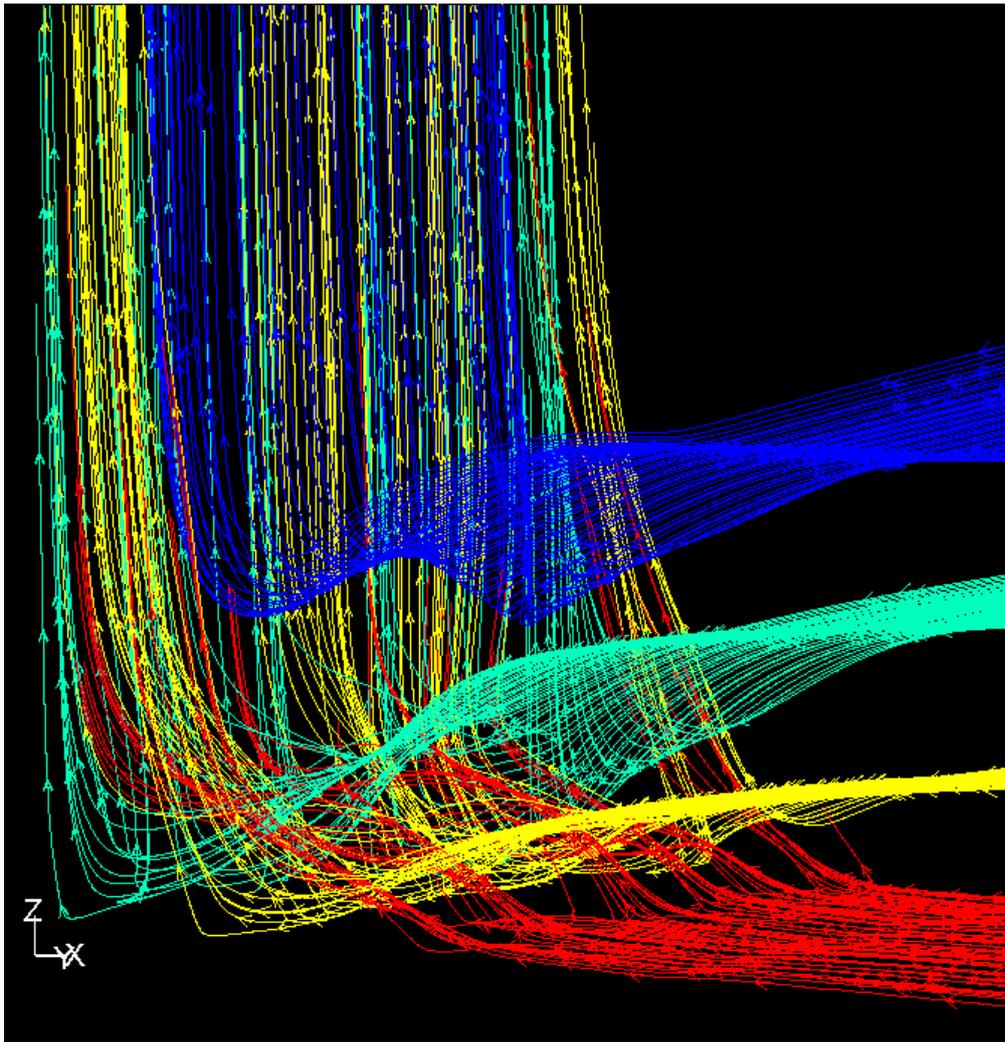


圖3.4 $Ra^* = 5.5 \times 10^8$ ($W/2 = 25 \text{ mm}$, $q_w = 2792 \text{ W/m}^2$)時之流線

圖，圖中之顏色代表溫度之變化



(a)



(b)

圖3.5 不同角度之 $Ra^*=3.9 \times 10^{10}$ ($W/2 = 50 \text{ mm}$, $q_w=1871 \text{ W/m}^2$) 時之流線圖，且(a)之顏色代表其溫度變化，(b)圖中之顏色代表不同層次之流體。

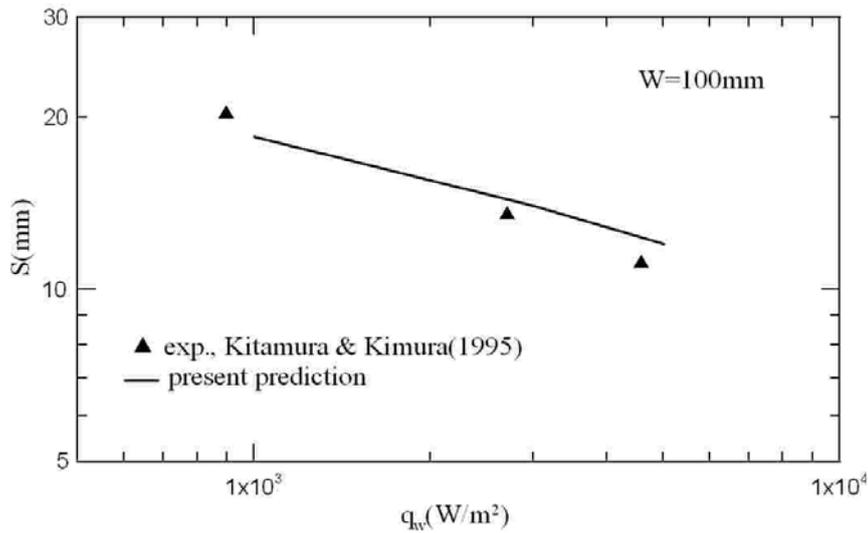


圖3.6 不同熱通量之加熱底板($W=100\text{mm}$)其模擬結果與實驗結果之過渡性流場開始位置 S 比較

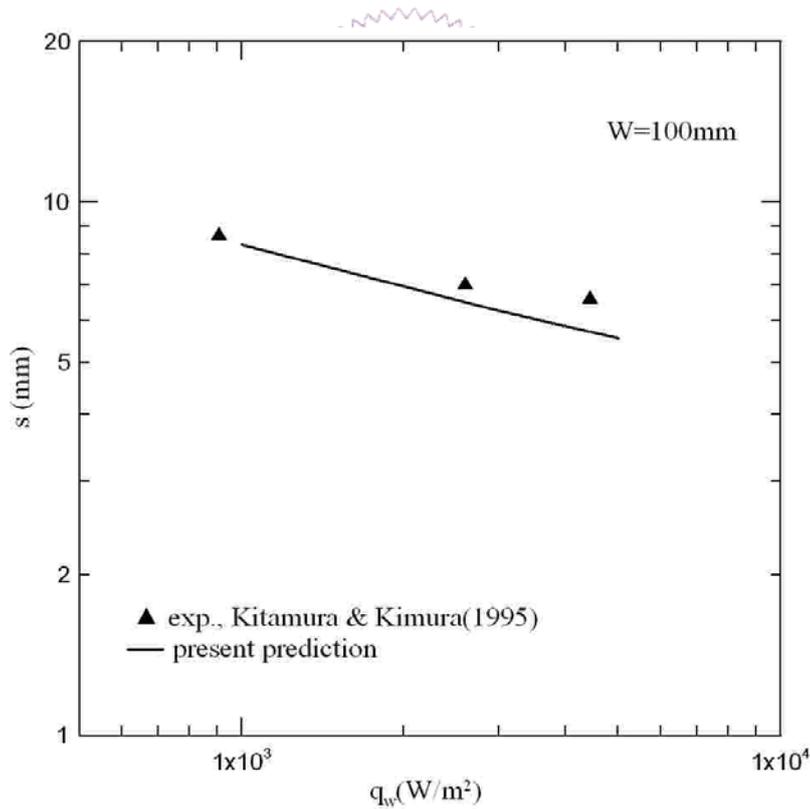


圖3.7 不同熱通量之加熱底板($W=100\text{mm}$)其模擬結果與實驗結果之平板上平均條形胞狀區域(cellular stripes)間之距離 λ 比較

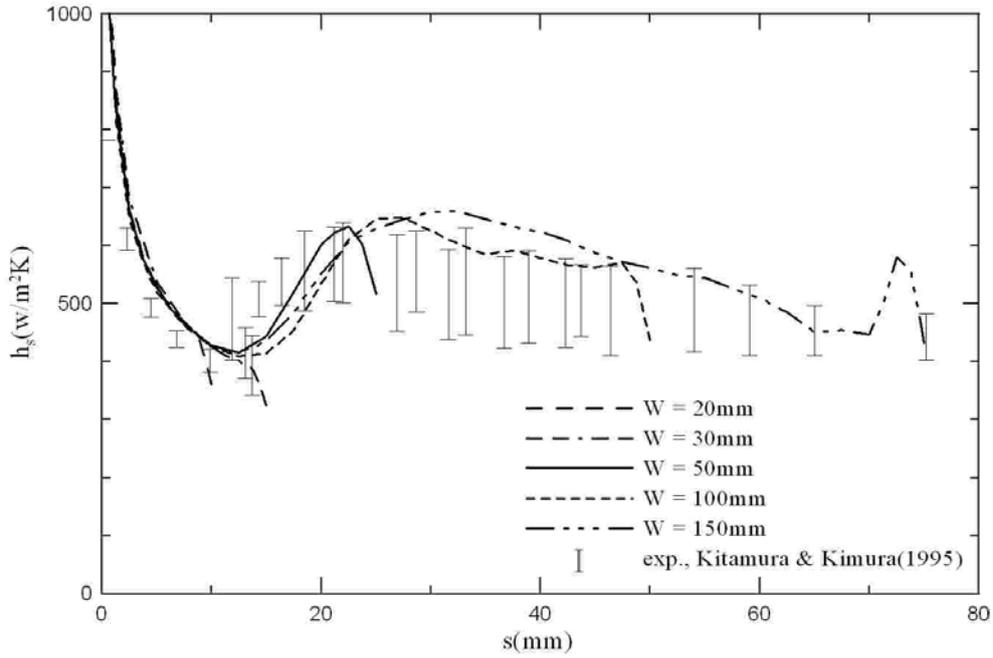


圖3.8 不同板寬之平板以 q_w 為 3000W/m^2 之熱通量加熱模擬結果與 Kitamura and Kimura [7]實驗結果之局部對流熱傳係數變化比較

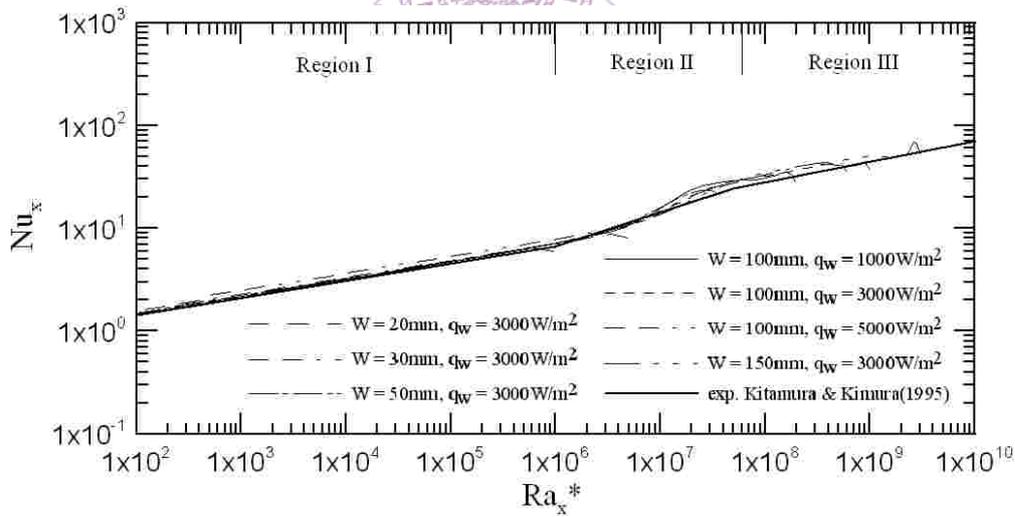


圖3.9 模擬結果與Kitamura and Kimura [7]實驗結果之 Nu_s 對於 Ra_s^* 之比較

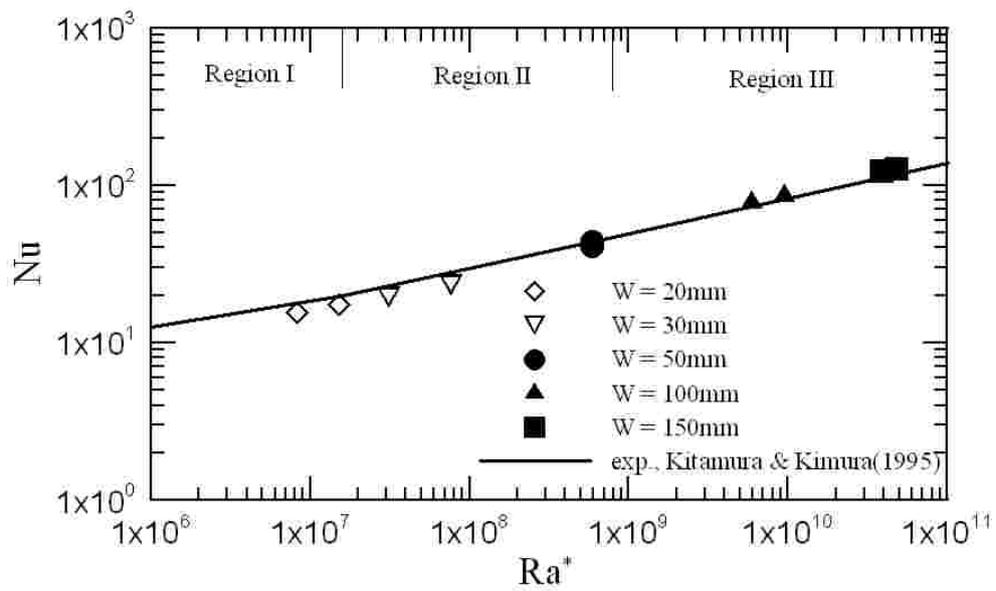


圖3.10 模擬結果與Kitamura and Kimura [7]實驗結果之

Nu 對於 Ra^* 之比較



第四章 正方形水平平板之結果與討論

本章針對 Yousef et.al. [8]之三維流場之加熱平板實驗做數值模擬，藉由改變平板尺寸($W/2=50\text{mm}$ 、 100mm 、 200mm)與平板溫度($T_w-T_\infty=25-70^\circ\text{C}$)進而改變 Ra 值進行計算分析。

為清楚呈現出流場之型態，取各加熱平板上方 2mm 高處之溫度分布圖(圖4.1)來表現加熱平板上方溫度分布形式，並選取計算模型入口處不同高度之位置為流線之起始處繪製不同 Ra 值之流線圖，最底層之流線起始點位於底板上方 1mm 處，第二層開始取底板上方每 50mm 高之處。圖4.2為 $Ra = 3.9 \times 10^6$ ($W/2=50\text{mm}$ 、 $T_w-T_\infty=40^\circ\text{C}$) 時之流線圖，圖中流線之顏色反映其溫度變化，故由最底層之流線顏色變化可得知加熱平板的位置，且由此圖可看見當氣流由 x 方向與 y 方向入口進入後，會以垂直於平板邊緣的方向進入加熱範圍，兩道彼此垂直的氣流在平板對角線上相遇，因漸受熱而升溫產生浮力與彼此對衝的效應而向垂直於平板的方向浮升，故在流場中不會有跨越過對角線之氣流，並造成平板對角線附近形成一低壓區，於圖中可看見，此低壓吸引平板上方較高處之氣流下沉地朝向板中心線處流動，但此平滑之下沉氣流還未流近平板表面上方時即被下方最底層之上升氣流推升向上，因此尚未形成複雜的過渡性流場特徵。此外，氣流流至平板中心線處之

距離較長時，其行為相似於具較大板寬二維長方形水平平板時之行為；而氣流流至平板中心線處之距離較短時之行為則相似於板寬較小之二維長方形平板時之行為。若仔細觀察圖4.2，可看到最底層流線之氣流行走距離較長之區域有部分氣流將要匯集成流束的趨勢，顯示此處流場為層流快要進入到過渡流之流場，且此區域第二層之氣流相較於氣流行走距離較短之區域可下沉至較接近平板表面處。

圖4.3為 $Ra = 3.1 \times 10^7$ ($W/2=100\text{mm}$ 、 $T_w - T_\infty=40^\circ\text{C}$) 時之流線圖，流線之顏色反映其溫度變化，圖中顯示氣流以垂直平板邊緣的方向進入加熱平板上方時，最底層處邊界層內之氣流因流動緩慢且持續被加熱，與兩進入方向之氣流於板中心線附近互相撞擊的影響，使得氣流尚未達平板對角線處即向上浮升，造成的板對角線附近之低壓區會吸引平板上方較高處氣流向板中心線處流動，故第二層流線之氣流會緩慢下沉，而當上浮的底層氣流與下沉的第二層氣流相遇時，兩方各自分岔成數條流束相互交叉通過，且第二層下沉冷流體可有效地帶走平板表面的熱量，隨後因浮力及對衝效應而反轉向上，進而在下游更臨近於對角線附近形成負壓區，觀察發現，氣流行走距離較長之區域，可對應為二維長方形平板部分中較大尺寸之平板，其下游形成之負壓較大，足以吸入第三層的流體下沉至非常接近平板表面處，而氣流行走距離較短之區域可對應為二維長方形平板部分中較小尺寸之平

板，其第三層氣流在未下沉至非常接近平板表面即轉為上浮氣流，整個流場中第四層之流體則因位置較高，較未受到負壓區之吸引，此流場與本研究第一部份關於二維平板之過渡性流場之結構相似，故亦可判斷此流場為過渡性流場，並且可知氣流行走距離較長之區域為較強烈之過渡性流場。同樣地，此流場上浮之底層流束與其兩側之下沉流束間所包夾的區域為一停滯區，因對流熱傳較弱使得這些區域的溫度較高，造成平板表面上形成許多高低溫相間的條狀溫度分布，由加熱平板上方2mm高處之溫度分布圖(圖4.1b)所示。

而吾人觀察此模擬結果發現，平板在x方向板緣至對角線處與y方向板緣至對角線處之溫度分布具有以對角線為近乎對稱的表現，若將此兩區域之局部對流熱傳係數作相比，也可得到以板對角線為極為對稱的結果。因此吾人試驗將原計算模型體積(計算平板面積為實際平板的1/4)減化至一半為只有x邊界至x=y平面之體積(計算平板面積為實際平板的1/8)，亦即模型之二維平面縮減為一半但三維方向邊界長度不做更改(由圖4.4表示)，且設定x=y平面之邊界條件為對稱邊界條件進行模擬後，為將此縮減範圍之模型中加熱水平板的散熱特性與原計算模型x方向入口氣流至x=y平面區域之局部對流熱傳係數進行比對，吾人計算出此兩區域之局部對流熱傳係數，其定義皆為

$$h_s = \frac{1}{y} \int_0^y \frac{q_w(s, y)}{T_w - T_\infty} dy, y = x,$$

其中之下標 s 代表平板邊緣往平板中心的方向。經比對兩不同計算模型之局部對流熱傳係數後發現兩者十分吻合，如圖 4.5 所示，圖中顯示局部對流熱傳係數於層流流場時降低又於過渡流性場時升高，接著在平板對角線附近轉為上浮氣流而於該處形成停滯區，造成熱傳係數驟降。因此，由於縮減計算平板面積為實際平板的 $1/8$ 所建立之計算模型也能達到良好的收斂結果，為減少計算量，將後續更大尺寸 ($W/2=200\text{mm}$) 之平板改以此縮減計算模型之方式進行模擬。

當 $Ra = 2.5 \times 10^8$ ($W/2=200\text{mm}$, $T_w - T_\infty = 40^\circ\text{C}$) 時模擬結果之平板上方 2mm 高處之溫度分佈情形如圖 4.1c 所示，可看到加熱平板上呈現許多高低溫相間的條狀區，由前述之說明可知此為過渡性流場的特徵，將此圖與圖 4.1b 相對照，發現在不同 Ra 值下，過渡性流場發生的位置距平板邊緣之距離相近，顯示當流體流經平板上方一段距離後，即開始發展出過渡性流場之平行條狀區域，而在不同板寬下這些條狀區之間格距離並無明顯改變，條狀區之長度則會愈長，此現象於本研究第一部份之研究結果中亦相同。

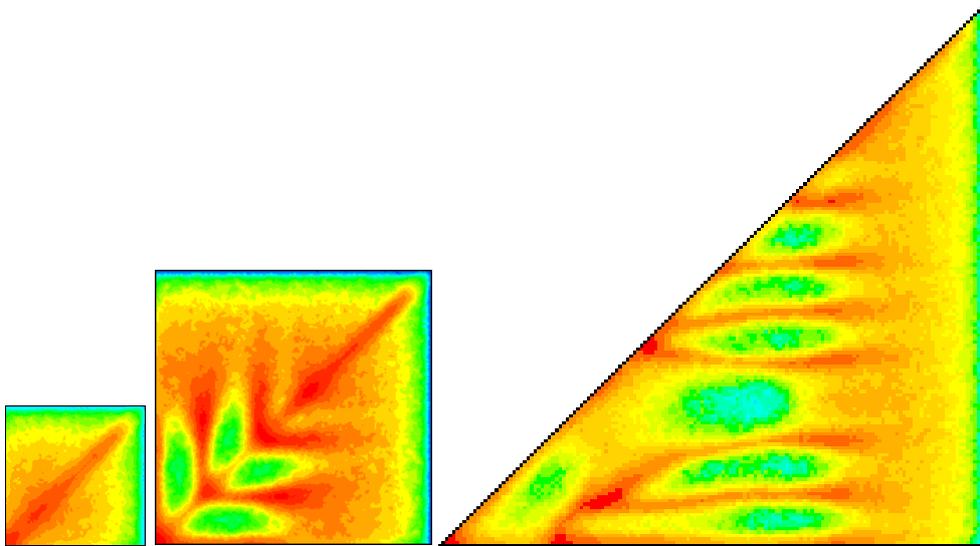
圖 4.6 為將不同平板尺寸皆以固定平板平均溫度為 338K 加熱之模擬結果比較，亦即不同 Ra 值之局部對流熱傳係數之比較，圖中顯示當平板上方氣流屬於層流流場時，由平板邊緣開始 h_s 會隨著氣流

流動的距離 s 降低，當流場進入過渡性流場時則開始隨距離 s 增加，因此在由下降轉為上升的期間 h_s 會有一最小值，其發生之位置為過渡性流場開始之位置，而上升的局部對流熱傳係數達到一最大值後又會逐漸降低，此現象與本研究第一部份觀察的結果相同，且由於接近平板對角線處為停滯區，此區之熱傳效能甚差，故 h_s 會急速下降。此外，在平板中段附近區域，由兩入口進入之氣流須流經較長的距離，下游幾何形狀越來越小，且受到對稱方向氣流撞擊的擠壓，造成此區域熱傳性能變動劇烈，更增加了正方形水平加熱板上流場非線性行為之隨機性，為呈現此隨機性，吾人改變鬆弛因子重新進行模擬，將得到之不同 Ra 值的局部對流熱傳係數亦繪於此圖中，與原計算結果比對，發現雖略有不同，但大致上的趨勢相似，更仔細觀察可得，不論改變 Ra 值或是計算的鬆弛因子，在層流流場時 h_s 改變的趨勢與 h_s 之最小值幾乎完全相同，各加熱平板上氣流進入過渡性流場的位置也相當符合，此更進一步證明，當流場尚未進入過渡性流場之前，吾人不論改變 Ra 值或是計算的鬆弛因子進行計算，皆可達到具有一致的收斂結果，顯示在此區域流場具有良好的一致性，而氣流下游處因流場本質具有隨機性且受幾何形狀狹小影響造成分布之隨機性增加，因而由不同鬆弛因子所計算出之底板上局部對流熱傳係數會有些許不同。

吾人將寬 200mm 之正方形水平板以不同溫度加熱之模擬結果，經計算得到局部 Nusselt 數 Nu_s 和 Ra_s 值，來與 Yousef et.al. [8] 實驗之結果進行比對，如圖 4.7 所示。計算結果各部分皆與實驗所得之結果趨勢雷同，但模擬結果則包括前述所提之，因入口氣流會在平板對角線附近轉為上浮氣流而於該處形成停滯區，故造成該處之熱傳係數驟降的現象。

而本研究並由計算結果得到各尺寸平板之平均 Nusselt 數 Nu 和平均 Ra ，將其與 Yousef et.al. [8] 實驗之結果進行比對，如圖 4.8 所示，可看到本研究之模擬結果與實驗結果相當吻合。

此外，吾人發現由於在加熱板水平向上的狀況下，氣流在流經平板上方一段距離後，即開始發展出過渡性流場之平行條狀氣流，此時平板上方之下沉冷流體可有效地帶走平板表面的熱量，故提高了散熱效能，因此，吾人猜測前人實驗中一般認定屬層流範圍的區域所獲得的經驗公式，實際上可能包含了一部分過渡流，而造成實驗結果高於邊界層理論分析之結果。



(a)

(b)

(c)

圖 4.1 正方形加熱平板上方 2mm 高處之溫度分布圖(a) $Ra = 3.9 \times 10^6$, $W/2 = 50$ mm, $T_w - T_\infty = 40^\circ\text{C}$, (b) $Ra = 3.1 \times 10^7$, $W/2 = 100$ mm, $T_w - T_\infty = 40^\circ\text{C}$, (c) $Ra = 2.5 \times 10^8$, $W/2 = 200$ mm, $T_w - T_\infty = 40^\circ\text{C}$

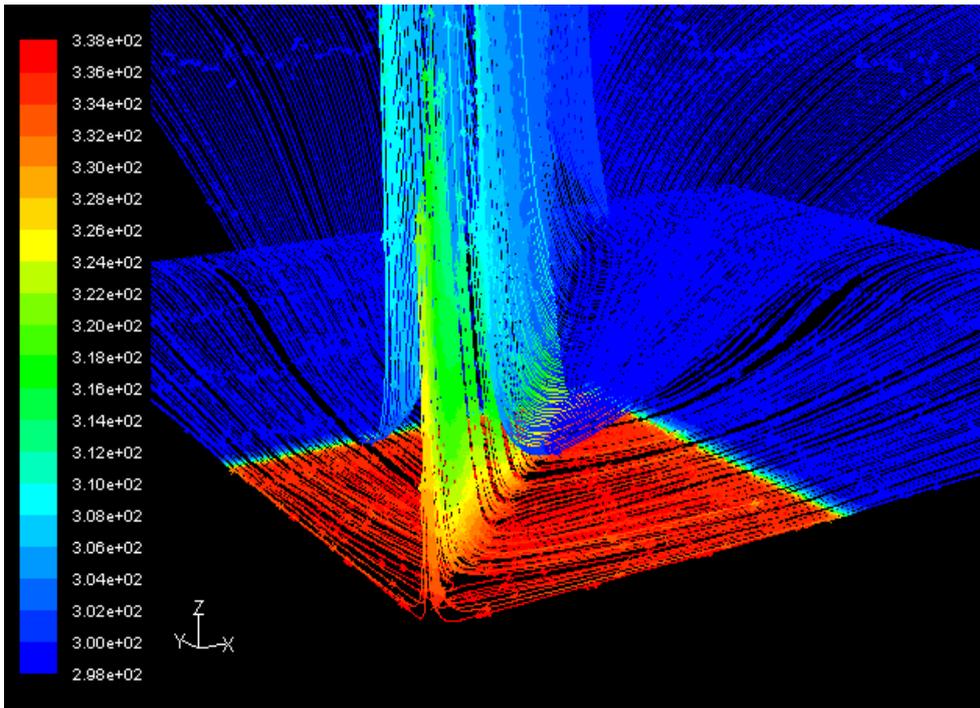


圖 4.2 $Ra = 3.9 \times 10^6$ ($W/2=50\text{mm}$ 、 $T_w-T_\infty=40^\circ\text{C}$) 時之流線圖，流線之顏色表示其溫度變化

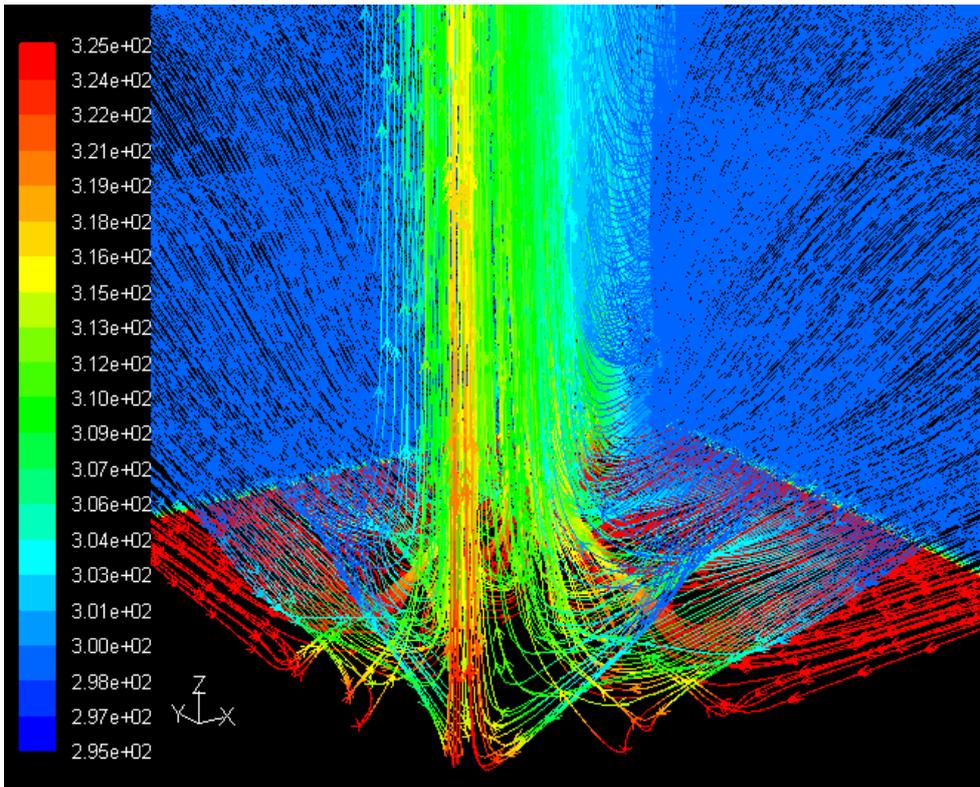


圖 4.3 $Ra = 3.1 \times 10^7$ ($W/2=100\text{mm}$ 、 $T_w-T_\infty=40^\circ\text{C}$) 時之流線圖，流線之顏色表示其溫度變化

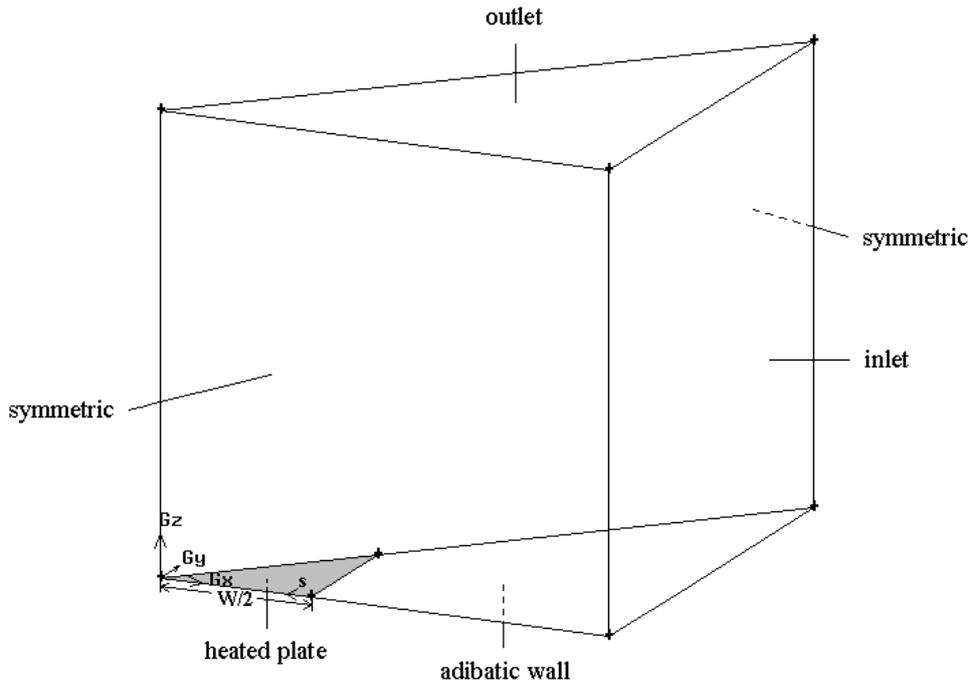


圖 4.4 縮減之正方形平板計算模型(計算平板面積改為實際面積之 1/8)

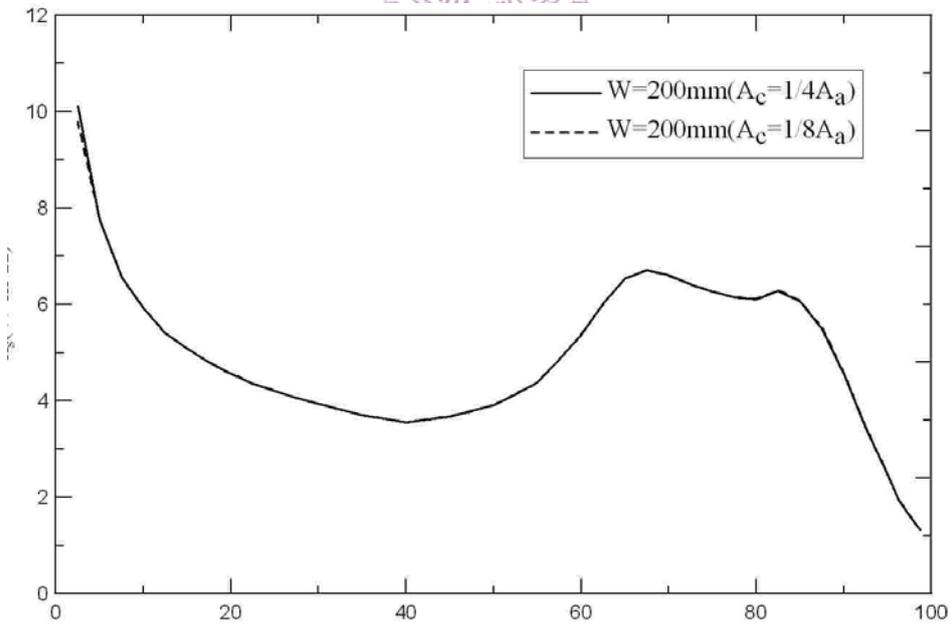


圖 4.5 $Ra = 3.1 \times 10^7$ ($W/2=100\text{mm}$ 、 $T_w-T_\infty=40^\circ\text{C}$)時，縮減計算模型尺寸與原尺寸計算結果之局部對流熱傳係數比較

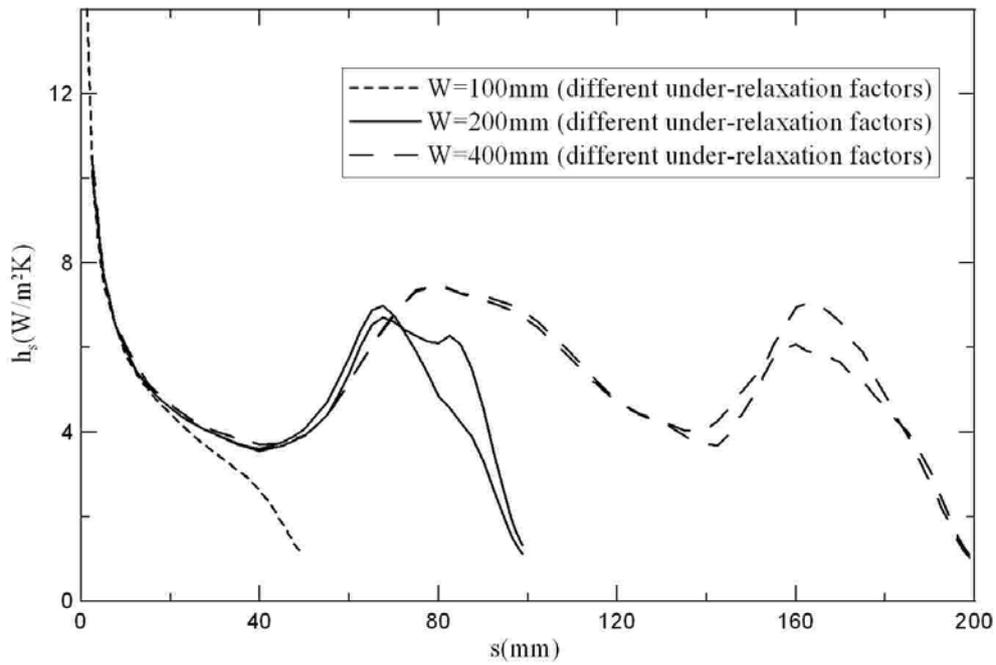


圖 4.6 不同尺寸平板以同溫度加熱與改變計算鬆弛因子模擬結果之局部對流熱傳流係數變化比較

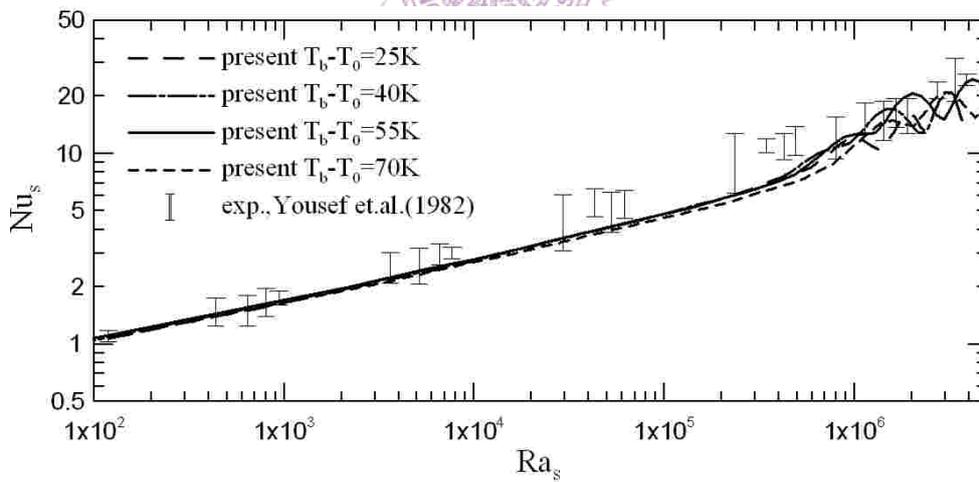


圖 4.7 寬 200mm 之正方形水平板以不同溫度加熱之模擬結果與 Yousef et.al. [8] 實驗結果之 Nu_s 對於 Ra_s 之比較

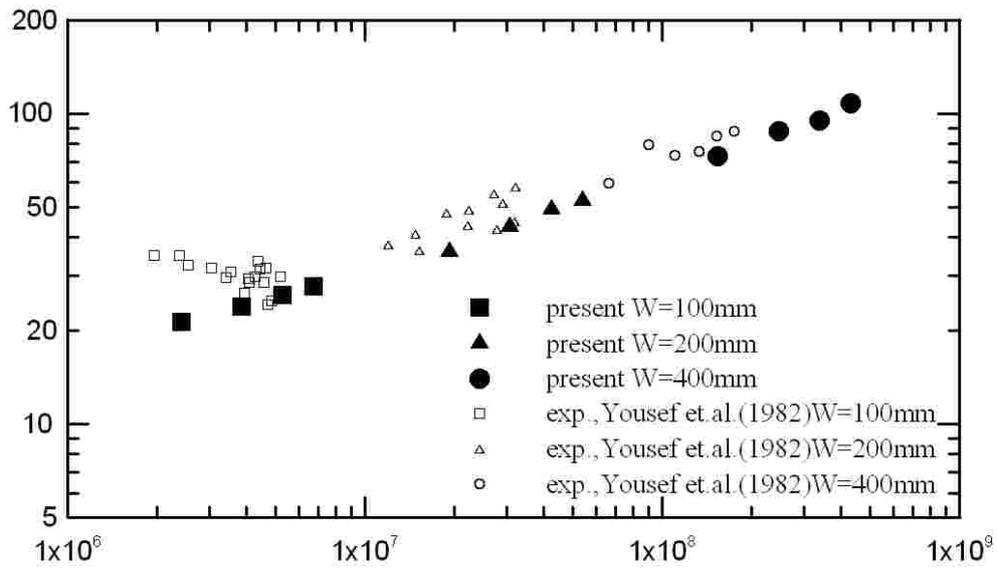


圖4.8 模擬結果與Yousef et.al. [8]實驗結果之 Nu 對於 Ra 之比較



第五章 結論與未來方向

5.1 結論

本研究藉採用商用軟體 Fluent 模擬水平加熱平板上方之穩定過渡性自然對流流場。第一部份針對 Kitamura and Kimura [10] 實驗中近似二維流場且以固定底板熱通量之方式加熱之長方形平板作數值模擬，第二部份則針對 Yousef et.al. [8] 之三維流場之均溫加熱正方形平板實驗做數值模擬。為清楚地呈現出流場之型態，選取計算模型入口處不同高度之位置為流線之起始處繪製流線圖，觀察可得此兩部分結果均顯示，當流體流經平板上方一段距離後，即開始發展出具時間穩定性的過渡性流場之平行條狀區域，此是由於流場中上浮的底層流體與下沉之第二層流體交會時，雙方會各自分成數個流束而交叉通過所形成，此外，第二層之下沉流體之溫度較低，當下沉之低溫流束流近板面時能有效地冷卻局部板面使得對流熱傳係數上升且於該處形成低溫區，然而，在上浮的底層流束與其兩側之下沉流束間所包夾的區域為一停滯區，其中的對流熱傳較弱，以致該區的平板溫度較高，因此平板表面上乃形成許多高低溫相間的條狀溫度分布。吾人並將模擬結果計算出過渡性流場開始之臨界 Rayleigh 數、局部和平均 Nusselt 數，分別與 Kitamura and Kimura

[10]、Yousef et.al. [8]之實驗結果相比較，皆可得到十分吻合之趨勢。

此外，在過去的研究中，由實驗研究所得的經驗公式皆高於邊界層理論分析所得的公式，吾人根據本研究模擬之結果判斷，因自然對流流場在加熱板水平向上的狀況下，氣流在流經平板上方一段距離後，即開始發展出過渡性流場之平行條狀區域，並提高了散熱效能，故吾人推測前人實驗中一般認定屬層流範圍的區域所獲得的經驗公式，其實包含了一部分過渡流，提高了散熱效能，因而造成實驗結果高於邊界層理論分析的結果，產生了過去理論分析和實驗結果經驗公式趨勢不同的問題。



5.2 未來方向

本研究採用的穩態分析模式侷限於層流與穩定過渡性流場，未來可改用暫態分析，並選擇適當之時間與空間格點，以直接數值模擬(direct numerical simulation)方式來擴展至包含紊流流場發生的狀況，使自然對流流場在加熱板水平向上的狀況下之探討更為完整。

參考文獻

1. Fishenden, M. and Saunders, O.A., “An Introduction to Heat Transfer”, pp. 95-97. Oxford University Press, London, 1950.
2. Bosworth, R.L.C., “Heat Transfer Phenomena”, pp. 102-104. John Wiley, New York, 1952.
3. Husar, R.B. and Sparrow, E.M., “Patterns of Free Convection Flow Adjacent to Horizontal Heated Surfaces”, *Int. J. Heat Mass Transfer*. 11, 1206-1208, 1968.
4. Z. Rotem, L. Claassen, Natural convection above unconfined horizontal surfaces, *J. Fluid Mech.* 39 (1969) 173-192.
5. K.-E. Hassan, S.A. Mohamed, Natural convection from isothermal flat surfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer* 13 (1970) 1873-1886.
6. Goldstein, R.J., Sparrow, E.M., and Jones, D.C., “Natural Convection Mass Transfer Adjacent to Horizontal Plates” *Int. J. Heat Mass Transfer*. 16, 1025-1035, 1973.
7. Al-Arabi, M. and El-Riedy, M.K., “Natural Convection Heat Transfer From Isothermal Horizontal Plates of Different Shapes”, *Int. J. Heat Mass Transfer*. 19, 1399-1404, 1976.
8. Yousef, W.W., Tarasuk, J.D., and Mckeen, W.J. ,“Free Convection Heat Transfer From Upward-Facing Isothermal Horizontal Surfaces” *ASME J. Heat Transfer*. 104, 493-500, 1982.
9. T.S. Chien, H.C. Tien, B.F. Armaly, Natural convection on horizontal, inclined, and vertical plates with variable surface temperature of heat flux, *Int. J. Heat Mass Transfer* 29 (1986) 1465-1478.

10. Kitamura, K., and Kimura, F., “Heat Transfer and Fluid Flow of Natural Convection Adjacent to Upward-Facing Horizontal Plates”, Int. J. Heat Mass Transfer. 38, 3149-3159, 1995.
11. Pretot, S., Zeghamati, B., Le Palec, G., “Theoretical and Experimental Study of Natural Convection on a Horizontal Plate”, Applied Thermal Engineering, 20, 873-891, 2000.
12. RT Huang, WJ Shen, CC Wang, “Orientation Effect on The Natural Convective Performance of Square Pin Fin Heat Sinks”, Int. J. Heat Mass Transfer. 51, 2368-2376, 2008
13. Handbooks of Fluent, Fluent, Inc.
14. S.V. Patankar, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow” Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

