1 緒論

因子設計在工業與科學上已經被廣泛應用。而設計又可區分爲正規 (regular) 和非正規 (nonregular) 設計, 所謂正規設計指的是擁有定義關係 (defining relation) 或是定義對比子群 (defining contrast subgroup) 結構的設計, 而非正規設計 (如直交表) 則無此結構。正規與非正規設計各有其優劣之處。如正規設計的實驗次數通常以水準個數的倍數增加, 例如3水準設計, 其實驗次數從9, 27, 81, 以3的倍數增加, 雖然正規設計的建構比較容易, 但實驗次數的選取較不靈活。而像實驗次數爲18的設計在實際上常被使用到, 但因其實驗次數不爲3的倍數, 故屬於非正規設計。另一方面, 正規設計無法使用於有混合水準 (mixed level) 的實驗, 而非正規設計在這方面則有較大的靈活度。雖說非正規設計在建構上會比正規設計來的複雜, 但在實驗的有限資源下, 實驗次數及因子水準往往是備受限制的, 此時非正規設計可能就是較佳的選擇。但在衆多的直交表裡該如何選擇一個好的設計呢? 因此最佳設計的搜尋, 是一個實驗設計的重要課題。

本研究主要探討18個實驗點的最佳直交表 (orthogonal array, 以下簡寫爲 OA)。18個實驗點的直交表 (簡寫爲 $OA(18)$) 有諸多優點, 故常受到許多實驗者的青睞。比如說:

1. $OA(18)$ 可容納3個水準的因子, 這是一些常見的12-run, 16-run, 20-run 直交表所做不到的。

2. 若與其他3水準設計如正規設計相比: 最小的3水準正規設計需要9個實驗點, 但最多只能容納4個因子, 而下一個正規設計便需要27個實驗點, 故若實驗經費有限而無法負擔27個實驗點時, 最多可容納7個3水準因子的 $OA(18)$ 便是一個較經濟的選擇。

3. $OA(18)$ 不但最多可容納7個3水準因子, 亦可再多加一個2水準因子, 故若需要混合水準的設計時, $OA(18)$ 亦是一個不錯的選項。

4. 若由自由度被使用的效益來看, 當 $OA(18)$ 被用於7個3水準1個2水準的實驗時, 17個可用的自由度中有15個被用於主效應的估計上, 且這些主效應皆會互相直交, 故其自由度可被極有效率地運用。

5. 因爲 $OA(18)$ 是一個非正規設計, 故若除主效應外亦需估計因子的交互作用時, 雖然會有複雜別名 (complex aliasing, Ww and Hamada, 2000, Chapter 8) 的情形發生, 但 $OA(18)$ 的估計容量 (estimation capacity, 即可估模型的個數), 將會比正規設計更好。

因爲以上這些優點, $OA(18)$ 在應用上是個很熱門的設計, 也因此使得搜尋 $OA(18)$ 最佳因子設計的工作益形重要。

在實驗設計中, 使用區集來控制有系統干擾的實驗, 是一個被廣泛應用的技術。干擾也許源自時間的變異, 操作的變異, 或製程變異。當這些干擾因子存在時, 若沒有適當的將實驗點安排於區集中的話, 干擾因子將影響處理因子效應估計的正確性和效率性。所以尋找 $OA(18)$ 的最佳區集設計亦是相當重要的課題之一。

針對因子皆爲定性 (nominal) 或皆爲定量 (quantitative) 的兩種情況, 不管是因子設計或是區集設計, 從建構設計到搜尋最佳設計, 在本文中, 我們都將仔細的探討。我們將利用 Tsai (2005) 所建構出的所有幾何非同構之 $OA(18, 3^p)$ 和 $OA(18, 2^1 3^p)$, 其 $p = 3 \sim 7$, 做爲我們搜尋最佳因子設計的範圍, 並討論所得到之最佳因子設計之特性。再將其建構成區集設計, 利用 $OA(18, 3^p)$ 建構成3個區集之區集設計, 利用 $OA(18, 2^1 3^p)$ 建構成2個區集、3個區集和6個區集之區集設計, 做爲我們搜尋最佳區集設計的範圍, 並討論建構成區集後之影響與結果和所得到之最佳區集設計之特性。

往後章節內容安排如下: 在第二章中, 我們大略論述有關同構、計數函數、字長型態、Minimum Aberration 和如何建構幾何同構之相關文獻外, 並解說我們的資料來源。在第

三章中, 利用 Tsai (2005) 所建構出的所有幾何非同構之 $OA(18, 3^p)$ 和 $OA(18, 2^1 3^p)$, 做爲我們搜尋最佳因子設計的範圍, 並討論當因子皆爲定量或皆爲定性時所得到之最佳因子設計之特性。在第四章中, 再次利用 Tsai (2005) 所建構出的所有幾何非同構之 $OA(18, 3^p)$ 和 $OA(18, 2^1 3^p)$, 將其重新建構成2區集、3區集和6區集之區集設計, 並分別以處理因子皆爲定量或皆爲定性時, 搜尋其最佳區集設計。而當處理因子爲定量時, 我們提出新的最佳區集設計準則及其同構之判別方法。在處理因子爲定量時之區集設計, 除了將新推得的字長型態, 套用 Minimum Aberration 得到最佳區集設計準則, 且在同構定義有新的發展與推廣。此章將爲本篇論文的重點。而在第五章將提出我們的結論。